

ISSN 0073-8433

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN

SEKTION
**TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN
NATURWISSENSCHAFTEN**

SERIE 3 · NUMMER 13 · 1977
FILM C 1195



INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM · GÖTTINGEN

Angaben zum Film:

Tonfilm, (Komm. deutsch), 16 mm, schwarzweiß, 156 m, 14¹/₂ min (24 B/s). Hergestellt 1974/75, veröffentlicht 1976.

Der Film ist für die Verwendung im Hochschulunterricht bestimmt. Veröffentlichung aus dem Institut für Mechanik der Technischen Universität Hannover, Dr.-Ing. H. WITFELD und Dr.-Ing. W. KNOBLOCH, und dem Institut für den Wissenschaftlichen Film, Göttingen, Dipl.-Ing. H. ADOLF; Aufnahme: K. NOWIGK und J. WEISS; Schnitt: K. NOWIGK.

Zitierform:

WITFELD, H., W. KNOBLOCH und INST. WISS. FILM: Simulation von Koppelschwingungen mit dem Analogrechner. Film C 1195 des IWF, Göttingen 1976. Publikation von H. WITFELD und W. KNOBLOCH, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 3, Nr. 13/ C 1195 (1976), 10 S.

Anschrift der Verfasser der Publikation:

Dr.-Ing. W. KNOBLOCH, Technische Universität Hannover, Lehrstuhl B für Mechanik, Appelstr. 11 B, D-3000 Hannover.

Prof. Dr.-Ing. H. WITFELD, Hochschule der Bundeswehr Hamburg, Fachbereich Maschinenbau, Institut für Mechanik und Thermodynamik, Holstenhofweg 85, D-2000 Hamburg 70.

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN

Sektion BIOLOGIE

Sektion TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN

Sektion MEDIZIN

NATURWISSENSCHAFTEN

Sektion ETHNOLOGIE

Sektion GESCHICHTE · PUBLIZISTIK

Herausgeber: H.-K. GALLE · Schriftleitung: G. BEKOW, E. BETZ, I. SIMON

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN sind die schriftlichen Ergänzungen zu den Filmen des Instituts für den Wissenschaftlichen Film und der Encyclopaedia Cinematographica. Sie enthalten jeweils eine Einführung in das im Film behandelte Thema und die Begleitumstände des Films sowie eine genaue Beschreibung des Filminhalts. Film und Publikation zusammen stellen die wissenschaftliche Veröffentlichung dar.

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN werden in deutscher, englischer oder französischer Sprache herausgegeben. Sie erscheinen als Einzelhefte, die in den fachlichen Sektionen zu Serien von etwa 500 Seiten zusammengefaßt und im Abonnement bezogen werden können. Jede Serie besteht aus 4 Lieferungen mit einer entsprechenden Zahl von Einzelheften; jährlich erscheinen 1-4 Lieferungen in jeder Sektion.

Bestellungen und Anfragen an: Institut für den Wissenschaftlichen Film
Nonnenstieg 72 · D-3400 Göttingen
Tel. (05 51) 2 10 34

FILME FÜR FORSCHUNG UND HOCHSCHULUNTERRICHT

HARTMUT WITFELD, WOLFGANG KNOBLOCH, Hannover, und INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM, Göttingen:

Film C 1195

Simulation von Koppelschwingungen mit dem Analogrechner

Verfasser der Publikation: HARTMUT WITFELD und WOLFGANG KNOBLOCH

Mit 6 Abbildungen

Inhalt des Films:

Simulation von Koppelschwingungen mit dem Analogrechner. Der Film zeigt und erläutert die technisch wichtige Klasse der Koppelschwinger. Hauptanliegen des Films ist die Darstellung folgender Gesichtspunkte:

1. Systematische Vorgehensweise bei der Aufbereitung schwingungstechnischer Probleme.
 2. Phänomenologische Beschreibung des Schwingungsverhaltens von Koppelschwingern.
- Einleitend werden Aufnahmen der Schwingungen eines Kraftfahrzeuges gezeigt, deren Simulation auf dem Analogrechner erfolgen soll. Über die Erstellung des mechanischen Ersatzmodells und dessen physikalisch-mathematische Erfassung wird das Schwingungsproblem zur Lösung am Analogrechner aufbereitet. Das abstrahierte Kraftfahrzeug wird als starrer Balken auf dem Oszilloskop abgebildet. Zusätzlich zum schwingenden Balken wird die Zeitlösung der beschreibenden Koordinaten für
- eine allgemeine Schwingung,
 - eine Schwingung in der 1. Eigenform,
 - eine Schwingung in der 2. Eigenform
- gezeigt. Anschließend wird in die allgemeine Schwingung der Anteil der 1. Eigenform eingeblendet. Dabei ist deutlich zu erkennen, daß die scheinbar regellose allgemeine Schwingung als Überlagerung der beiden Eigenformen aufgefaßt werden kann. Je nach Wahl der Anfangsbedingungen treten die Anteile unterschiedlich stark hervor. Ein anderer Koppelschwinger, eine Modelleisenbahn, ebenfalls Koppelschwingungen ausführend, zeigt, daß man das Versuchsergebnis verallgemeinern kann.

Summary of the Film:

Simulation of Coupled Vibrations with the Analogue Computer. The film shows and explains the technically important class of coupled vibrating systems. The main aspects of the film are the following:

1. Systematic procedure for introducing and solving vibration problems.
2. Exhibition of the dynamic behaviour of systems with a finite number of degrees of freedom.

Initially, modes of vibration of a motor vehicle, which are to be simulated on an analog computer, are shown through actual motion pictures. The vibration problem is prepared for solution on the computer through the mathematical formulation of a mechanically

equivalent model. By means of an auxiliary circuit, the abstract vehicle is displayed on the oscilloscope as a rigid beam. In addition to the vibrating beam, the time solutions of the describing coordinates for

- a general vibration,
- a vibration of the first characteristic mode,
- a vibration of the second characteristic mode

are shown. The portion of the first characteristic mode is then blended into the general vibration. It is observed that the apparently irregular vibration can be perceived as the result of the superposition of the two characteristic modes. The individual portions differ from each other in their relative strength according to the selection of the initial conditions. Another coupled vibration system, a model railroad performing coupled vibrations, shows that the experimental results can be generalized.

Résumé du Film:

Simulation d'oscillations couplées avec la calculateur analogique. Le film montre et explique la classe, importante du point de vue technique, des systèmes soumis à des vibrations couplées. Le film a pour objectif principal de présenter:

1. la procédure systématique de préparation et de résolution des problèmes de vibrations
2. la description phénoménologique du comportement dynamique de systèmes vibratoires couplés.

Des prises de vues réelles de la vibration d'un véhicule à moteur sont montrées en introduction; la vibration doit être simulée sur un calculateur analogique. La construction d'une maquette mécanique équivalente et sa formulation physique et mathématique préparent le problème de vibration en vue de sa résolution. Le véhicule fictif est représenté sur l'oscilloscope sous forme de poutre rigide. En plus de la poutre vibrante, la résolution temporaire des coordonnées descriptives pour

- une vibration générale
- une vibration de la 1ère forme caractéristique
- une vibration de la 2ème forme caractéristique

est montrée. La part concernant la 1ère forme caractéristique est ensuite montrée en superposition sur la vibration générale. Il apparaît alors clairement que la vibration générale, qui semble ne pas suivre de règle, peut être en fait considérée comme la superposition des deux formes caractéristiques. Les parts ressortent plus ou moins fortement selon les conditions de départ choisies.

Un autre système vibratoire couplé, une maquette de chemin de fer, également soumis à des vibrations couplées, prouve que le résultat de l'expérience peut être généralisé.

Allgemeine Vorbemerkungen

Reale schwingungsfähige Systeme haben aufgrund ihrer mehr oder weniger kontinuierlich verteilten Energiespeicher eine nicht näher bekannte, große Anzahl von Freiheitsgraden. Entsprechend vielfältig sind die zu beobachtenden Schwingungserscheinungen sowohl hinsichtlich der Schwingungsformen als auch des Zeitverhaltens. Ordnet man die Schwingungserscheinungen, so wird man auf eine technisch wichtige Klasse von Schwingern geführt, zu deren Beschreibung eine endliche Anzahl von Koordinaten ausreicht. Die Schwingungen in diesen Freiheitsgraden beeinflussen sich im allgemeinen gegenseitig, sie sind untereinander gekoppelt. Wenn

man nun noch voraussetzen darf, daß die Zusammenhänge linearen Beziehungen gehorchen, dann läßt sich das Schwingungsverhalten dieser sog. linearen Koppelschwinger durch einige wenige, allen gemeinsame Gesetzmäßigkeiten beschreiben.

An dieser Stelle muß jedoch betont werden, daß Art und Umfang der getroffenen Idealisierungen weniger vom System selbst als vielmehr von der Fragestellung an dieses System abhängen. Ob die Vereinfachungen zulässig waren, kann letzten Endes nur durch das Experiment entschieden werden.

Der Film zeigt am Beispiel eines Kraftfahrzeuges, bei dem Nick- und Hubschwingungen beobachtet werden, zum einen die prinzipielle Vorgehensweise vom realen System über die Ersatzmodellfindung, die physikalisch-mathematische Beschreibung des Schwingungssystems bis zur Lösung der Gleichungen, hier mit Hilfe eines Analogrechners. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird als Ersatzmodell das autonome, ungedämpfte System mit zwei Freiheitsgraden gewählt. Zum anderen gewährt der Film der Interpretation der Ergebnisse, d.h. der anschaulichen Darstellung der Schwingungserscheinungen, einen breiten Raum: die Eigenschwingungsformen des Systems werden am Sichtgerät gezeigt, kinematisch gedeutet und miteinander verglichen; danach wird – und das ist ein Hauptanliegen des Films – das Überlagerungsprinzip sichtbar gemacht, indem dargestellt wird, wie sich die allgemeine freie Schwingung aus den Eigenschwingungsformen zusammensetzt. Die grundlegende Bedeutung dieses Prinzips wird hier am Beispiel deutlich.

Eine leicht verständliche Einführung in die Schwingungslehre, das physikalische Verhalten schwingungsfähiger Systeme und deren mathematische Beschreibung findet man bei MAGNUS [2].

Zur Entstehung des Films

Die Fahrzeugaufnahmen wurden auf dem Versuchsgelände der Firma Hanomag-Henschel in Hannover gedreht. An dem benutzten Klein-Lastkraftwagen waren zur Erzielung größerer Schwingungsamplituden die Schwingungsdämpfer ausgebaut worden.

Der theoretische Teil wurde mit Hilfe einer Klarsichtfolientechnik am Tageslichtschreiber abgehandelt.

Für die Simulation der Koppelschwingungen stand ein handelsüblicher Tischanalogrechner zur Verfügung, die Darstellung der Ergebnisse erfolgte auf einem echten Zweistrahl-Oszilloskop und einem Speicher-Oszilloskop. Eine umfassende Einführung in die Technik des Analogrechners findet man bei MAHRENHOLTZ [3]. Die Rechenschaltung für das hier abgehandelte Problem ist in BARTRAM u. WITFELD [1] mitgeteilt. Dort findet der interessierte Leser viele Beispiele mit ausgetesteten Rechenschaltungen und zweckmäßigen Parametereinstellungen zur Veranschaulichung typischer Erscheinungen in linearen wie nichtlinearen Schwingungssystemen. Die Rechenschaltung zur Veranschaulichung des Überlagerungsprinzips schließlich findet man in WITFELD [4].

Erläuterungen zum Film

Wortlaut des gesprochenen Kommentars¹

Fahrzeuge auf welliger Fahrbahn neigen manchmal zu ausgeprägten Nickschwingungen oder führen Hubschwingungen aus.

Dies wird besonders deutlich, wenn die Dämpfung der Schwingungen wie bei diesem Fahrzeug durch Ausbauen der Stoßdämpfer verringert wurde.

Die Fahrbahnwellen verlaufen hier quer zur Fahrtrichtung. Das Fahrzeug schwingt in einer Ebene.

Diese Schwingungen lassen sich durch ein System mit zwei Freiheitsgraden beschreiben.

Das Verhalten von Schwingungssystemen mit mehreren Freiheitsgraden läßt sich anschaulich darstellen, wenn man die Schwingungen mit dem Analogrechner simuliert. Zu diesem Verfahren zunächst ein kurzer Überblick.

Zur Simulation eines Schwingungsproblems stellt man ein mechanisches Ersatzsystem auf, das die wesentlichen Eigenschaften, Bewegungen und Kräfte wiedergibt. Deren Beziehungen werden durch Gleichungen ausgedrückt, die mit einer analogen Rechenschaltung gelöst werden.

Am Beispiel des Kraftfahrzeuges soll dies gezeigt werden. Nach Überfahren einer Stufe führt es ungedämpfte Schwingungen aus.

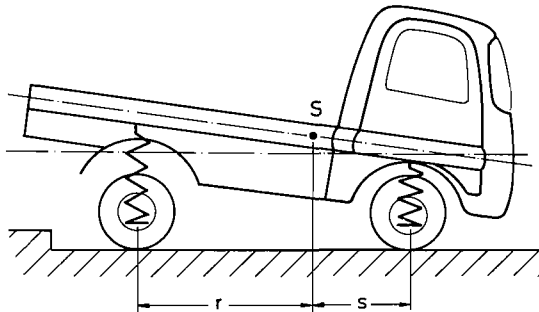


Abb. 1. Schwingendes Kraftfahrzeug

Freie, ungedämpfte Schwingungen, wie sie in diesem Film vorgestellt werden sollen, sind aufgrund der immer vorhandenen Dämpfung an physikalischen Objekten nicht realisierbar. So ist man bei Vorstellung freier Schwingungen an realen Systemen auf eine gewisse Energiezufuhr durch eine zusätzliche Erregung angewiesen. Die überfahrene Fahrbahn bei den Realaufnahmen hatte näherungsweise sinusförmigen Charakter.

Hier liegt der Schwerpunkt des Wagens.

Die Abstände der Hinterachse und Vorderachse vom Schwerpunkt sind mit r bzw. s bezeichnet.

¹ Die eingerückten Abschnitte in Kleindruck geben zusätzliche Informationen.

Die Karosserie kann als starrer Balken aufgefaßt werden mit der Masse m und dem Massenträgheitsmoment J .

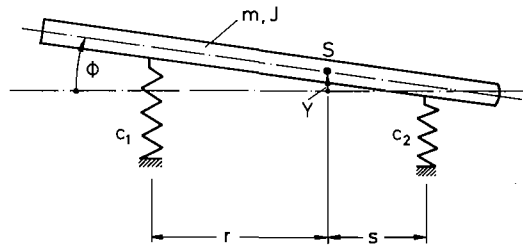


Abb. 2. Mechanisches Ersatzsystem

Die Radaufhängungen sind ersetzt durch Federn mit den Steifigkeiten c_1 bzw. c_2 . Nun die Bewegungen des Balkens. Erster Freiheitsgrad: die Verschiebung oder Translation, beschrieben durch die Schwerpunktauslenkung Y .

Zweiter Freiheitsgrad: die Drehung oder Rotation, beschrieben durch den Drehwinkel Φ .

Zur Ermittlung der Kräfte am Balken schneidet man die Federn ab; dadurch werden ihre Rückstellkräfte zu äußeren Kräften.

Die Größe dieser Kräfte ergibt sich jeweils aus Federsteifigkeit mal Federweg infolge Verschiebung und Drehung des Balkens bei kleinem Drehwinkel.

Und nun zu den Bewegungsgleichungen:

Die Summe der Kräfte geteilt durch die Masse ist gleich der Schwerpunktsbeschleunigung \ddot{Y} ; die Summe der Drehmomente um den Schwerpunkt geteilt durch das Trägheitsmoment ergibt die Winkelbeschleunigung $\ddot{\Phi}$.

$$-\frac{c_1 r - c_2 s}{m} \Phi - \frac{c_1 + c_2}{m} Y = \ddot{Y} \quad (\text{Newton})$$

$$\text{Abb. 3. Bewegungsgleichungen} \quad -\frac{c_1 r - c_2 s}{J} Y - \frac{c_1 r^2 + c_2 s^2}{J} \Phi = \ddot{\Phi} \quad (\text{Drall})$$

Durch das Glied mit Φ und das mit Y sind die beiden Gleichungen gekoppelt. Sie sind entkoppelt, wenn diese Glieder null sind. Dann beschreibt die obere Gleichung die entkoppelte Hubschwingung.

Und jetzt dazu die entsprechende Rechenschaltung.

Zunächst werden die Rechenschaltungen für das entkoppelte System entwickelt.

Zweimalige Integration der Beschleunigung und Vorzeichenumkehr ergibt die Verschiebung minus Y . Nach Multiplikation mit dem Koeffizienten kann der Schwingkreis geschlossen werden. Als Anfangswert wird die Verschiebung Y_0 vorgegeben. Ebenso entspricht jetzt der unteren Gleichung für die entkoppelte Drehschwingung

ein Schwingkreis mit zwei Integrierern, einem Element zur Vorzeichenumkehr und einem Potentiometer, das den Koeffizienten berücksichtigt. Der Anfangswert ist hier Φ_0 .

Sind nun in beiden Gleichungen die Koppelglieder nicht null, dann müssen die Schaltungen entsprechend ergänzt werden.

Der Drehwinkel Φ im unteren Schwingkreis beeinflusst gemäß diesem Koppelglied die Schwerpunktsbeschleunigung \ddot{Y} .

In gleicher Weise beeinflusst die Schwerpunktauslenkung Y entsprechend diesem Koppelglied die Winkelbeschleunigung $\ddot{\Phi}$.

Damit ist die elektrische Schaltung – die Analogie zum mechanischen Koppelschwinger – fertig.

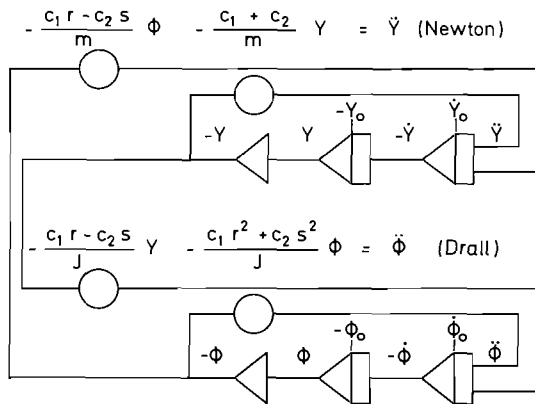


Abb. 4. Prinzip der Rechenschaltung

Die im Prinzip entwickelte Schaltung wird nun auf dem Programmierfeld des Rechners gesteckt.

Die im Rechner installierten Rechenelemente, wie Integrierer, Summierer und Potentiometer, werden an ihren Ein- und Ausgängen nach Schaltplan verbunden.

Jetzt sind die Kabelverbindungen für einen der beiden Schwingkreise hergestellt. Über das weiße Kabel wird der Anfangswert der Schwingung eingegeben.

Das ist nun die vollständige Schaltung des einen Schwingkreises – und das die fertige Schaltung beider gekoppelter Schwingkreise.

Mit Hilfe einer Zusatzschaltung lassen sich das zugrunde gelegte Balkenmodell und seine Bewegungen unmittelbar am Oszilloskop darstellen.

An Potentiometern wird eine zunächst beliebige Anfangsauslenkung des Balkens eingestellt.

Nach Drücken der Taste „Rechnen“ beginnt der Balken frei zu schwingen.

Wenn die eingestellte Rechenzeit zu Ende ist, werden die Anfangswerte wieder automatisch angenommen, und der Rechenvorgang beginnt erneut.

An den Analogrechner wird ein zweites Oszilloskop angeschlossen, das zusätzlich die Schwerpunktauslenkung Y und den Drehwinkel Φ des schwingenden Balkens als Funktion der Zeit wiedergeben soll.

Links der schwingende Balken und rechts die Zeitfunktionen Y und Φ von t .

Man erkennt, daß die Schwingungen nicht harmonisch ablaufen.

Auch jedes andere Schwingungsverhalten des Balkens kann man auf diese Weise darstellen, indem man die jeweiligen Anfangswerte für Verschiebung und Drehung des Balkens eingibt. Wenn eine ganz bestimmte Schwingungsform simuliert werden soll, kommt es auf sehr genaue Einstellung der entsprechenden Zahlenwerte am Rechner an.

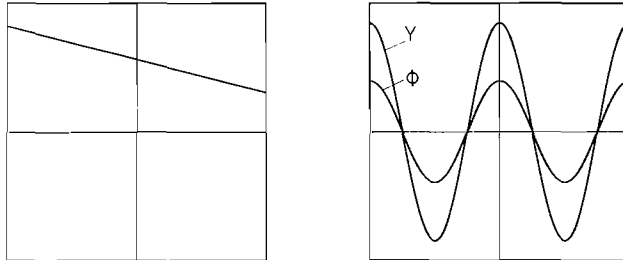


Abb. 5. Schwingender Balken
in seiner 1. Eigenform

Nun scheint sich der Balken um einen festen Punkt zu drehen, der rechts außerhalb des Bildes liegt.

Man sieht auf dem rechten Schirm, daß Translations- und Rotationsschwingung des Balkens phasengleich sind.

Der Balken schwingt jetzt harmonisch mit seiner ersten Eigenfrequenz. Diese Schwingungsform ist die erste Eigenform.

Noch ein weiteres Paar von Anfangswerten führt zu einer harmonischen Schwingung des Systems. Wieder kommt es auf sehr genaue Einstellung der Zahlenwerte an.

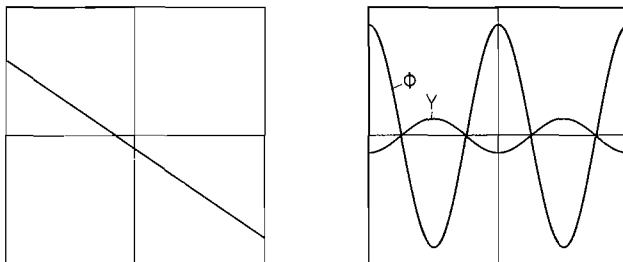


Abb. 6. Schwingender Balken
in seiner 2. Eigenform

Der Balken ist nun in seiner zweiten Eigenform ausgelenkt und schwingt harmonisch mit der zweiten Eigenfrequenz, die hier merklich höher ist als die erste.

Translations- und Rotationsschwingung liegen jetzt in Gegenphase.

Es läßt sich nun anschaulich darstellen, daß die anfangs gezeigte, scheinbar regellose Schwingung als Überlagerung beider Eigenformen verstanden werden kann. Zu diesem Zweck wird für diese Schwingungsform die Anfangsauslenkung wieder eingestellt.

In die Schwingung wird jetzt zusätzlich die erste Eigenform des Balkens eingeblendet. Man erkennt deutlich, daß der langsameren Schwingung in der ersten Eigenform eine raschere Drehschwingung in der zweiten Eigenform überlagert ist; beide zusammen ergeben die scheinbar regellose Schwingung.

Wiederholung des Rechenganges.

Noch für eine andere Schwingungsform des Balkens soll dies demonstriert werden. Die erste Eigenform wird wieder eingeblendet. In diesem Falle überwiegt der Anteil der zweiten Eigenform.

Überträgt man das Versuchsergebnis auf das Kraftfahrzeug, so bedeutet es unter den hier angenommenen Bedingungen, daß die Karosserie gegenüber dem Fahrwerk in zwei Eigenformen mit den zugehörigen Eigenfrequenzen schwingen kann.

In seltenen Fällen wird nur eine einzige Eigenform auftreten. Alle anderen freien Schwingungen sind Überlagerungen der Eigenformen.

Auch andere Koppelschwinger zeigen dieses Verhalten – z.B. dieser Modelleisenbahnzug, der mit zwei Waggons ebenfalls Koppelschwingungen mit zwei Freiheitsgraden ausführen kann. Hier schwingen die Waggons aufgrund ihrer elastischen Kupplungen in Längsrichtung relativ zueinander.

Das Versuchsergebnis läßt sich also verallgemeinern: Es gilt für alle Koppelschwinger, die sich durch lineare Bewegungsgleichungen beschreiben lassen, entsprechend der Anzahl ihrer Freiheitsgrade.

Literatur

- [1] BARTRAM, R., und H. WITFELD: Simulation von Schwingungssystemen auf dem Analogrechner. Fortschr.-Ber. VDI-Z, Reihe 11 Nr. 14.
- [2] MAGNUS, K.: Schwingungen. Stuttgart 1961.
- [3] MAHREHOLTZ, O.: Analogrechnen im Maschinenbau und Mechanik. BI Hochschultaschenbücher 154/154 a, 1968.
- [4] WITFELD, H.: Demonstration of Main Vibrations of a Two-degree-of-freedom System with Non-linear Restoring Force. Int. J. of Mech. Eng. Education Vol. 2 (1974), 25–39.

Abbildungsnachweis

Abb. 1–6: H. WITFELD und W. KNOBLOCH.