

ISSN 0073-8433

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN

SEKTION
**TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN
NATURWISSENSCHAFTEN**

SERIE 7 · NUMMER 23 · 1981

FILM C 1325

Diffusion in Gasen



INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM · GÖTTINGEN

Angaben zum Film:

Tonfilm (Komm., deutsch oder engl.), 16 mm, farbig, 60 m, 5 1/2 min (24 B/s). Hergestellt 1978, veröffentlicht 1979.

Der Film ist für die Verwendung im Hochschulunterricht bestimmt.

Veröffentlichung aus der Fakultät für Physik der Universität Freiburg, Prof. Dr. Ch. SCHLIER, G. LODE, und dem Institut für den Wissenschaftlichen Film, Göttingen, Dr. G. GLATZER; Kamera: Ing. G. MATZDORF; Schnitt: L. RUPPEL.

Zitierform:

SCHLIER, Ch., G. LODE und INST. WISS. FILM: Diffusion in Gasen. Film C 1325 des IWF, Göttingen 1979. Publikation von Ch. SCHLIER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 23/C 1325 (1981), 11 S.

Anschrift des Verfassers der Publikation:

Prof. Dr. Ch. SCHLIER, Albert-Ludwigs-Universität, Fakultät für Physik, Hermann-Herder-Str. 3, D-7800 Freiburg i. Br.

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN

Sektion BIOLOGIE

Sektion PSYCHOLOGIE · PÄDAGOGIK

Sektion ETHNOLOGIE

Sektion TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN

Sektion MEDIZIN

NATURWISSENSCHAFTEN

Sektion GESCHICHTE · PUBLIZISTIK

Herausgeber: H.-K. GALLE · Schriftleitung: E. BETZ, I. SIMON

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN sind die schriftliche Ergänzung zu den Filmen des Instituts für den Wissenschaftlichen Film und der Encyclopaedia Cinematographica. Sie enthalten jeweils eine Einführung in das im Film behandelte Thema und die Begleitumstände des Films sowie eine genaue Beschreibung des Film Inhalts. Film und Publikation zusammen stellen die wissenschaftliche Veröffentlichung dar.

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN werden in deutscher, englischer oder französischer Sprache herausgegeben. Sie erscheinen als Einzelhefte, die in den fachlichen Sektionen zu Serien zusammengefaßt und im Abonnement bezogen werden können. Jede Serie besteht aus mehreren Lieferungen.

Bestellungen und Anfragen an: Institut für den Wissenschaftlichen Film
Nonnenstieg 72 · D-3400 Göttingen
Tel. (0551) 2022 02

FILME FÜR FORSCHUNG UND HOCHSCHULUNTERRICHT

CHRISTOPH SCHLIER, GERNOT LODE, Freiburg, und INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM, Göttingen:

Film C 1325

Diffusion in Gasen

Verfasser der Publikation: CHRISTOPH SCHLIER

Mit 2 Abbildungen

Inhalt des Films:

Diffusion in Gasen. Der Film zeigt mehrere Erscheinungen, die üblicherweise unter dem Begriff Diffusion zusammengefaßt werden, als Computersimulation eines (zweidimensionalen) Modellgases aus harten Kugeln. Einleitend wird die Brownsche Bewegung eines herausgegriffenen Moleküls verfolgt. Es folgen: die Effusion des Gases in einen leeren Teilraum, die Selbstdiffusion (mit markierten Molekülen) und die Diffusion durch eine Pore.

Summary of the Film:

Gas Diffusion. The film shows several phenomena, generally subsumed under the concept of diffusion, by displaying computer simulations of a (two dimensional) model gas of hard spheres. As a preamble the Brownian motion of one molecule in the gas is tracked. This is followed by effusion of the gas into a void, selfdiffusion of marked molecules and, finally, by diffusion through a pore.

Résumé du Film:

Diffusion dans des gaz. Le film montre plusieurs phénomènes qui sont réunis habituellement sous le terme de diffusion et se présentent sous forme de simulation par ordinateur d'un gaz modèle (à deux dimensions). Le mouvement brownien d'une molécule isolée est suivi en introduction. On voit ensuite l'effusion du gaz dans un espace vide, l'auto-diffusion (avec des molécules marquées) et la diffusion à travers un pore.

Allgemeine Vorbemerkungen

Die kinetische Gastheorie ist fester Bestandteil jeder Einführungsvorlesung der Physik oder physikalischen Chemie. In diesem Rahmen kann der Film eingesetzt werden, um die Erscheinungsformen der Diffusion, allgemeiner der Transportvorgänge, zu illustrieren.

Die Diffusion einzelner Moleküle und die ihr zugrundeliegende fluktuierende Bewegung derselben ist kaum direkt zu beobachten. Was als Brownsche Bewegung beobachtet wird, ist die Bewegung makroskopischer Teilchen unter dem Anprall einer ungeheuren Zahl von Molekülen. Bilder der Brownschen Bewegung sind meist stroboskopische Aufzeichnungen einer solchen makroskopischen Fluktuation. Auch die Diffusion ist makroskopisch sowohl in der Gasphase wie in der Flüssigkeit leicht beobachtbar (vgl. a. PIMENTEL [11]).

Der Film benutzt daher die Methode der Computersimulation, um die Bewegung von ca. 30 Gas-Molekülen darzustellen. Auch hier sind noch Vereinfachungen angebracht: Der dreidimensionale Raum wird durch die zweidimensionale Ebene ersetzt, die Moleküle durch kreisförmige, harte Scheiben, die nach der klassischen Mechanik elastisch zusammenstoßen. Die mittlere Geschwindigkeit, d.h. die Temperatur, wird so niedrig angesetzt, daß die Bewegung mit dem Auge verfolgt werden kann. Im übrigen wird exakt gerechnet. Anfangsorte und -geschwindigkeiten werden einer Zufallsverteilung entnommen.

Während die Simulation eines solchen Ablaufs, wenn man will, heute völlig exakt nachvollzogen werden kann – jedenfalls für Teilchenzahlen der Größenordnung 10^2 bis 10^3 und nicht zu lange Zeiten – ist die analytische Theorie sehr unübersichtlich und komplex, sofern man nicht zu Näherungen greift. Eine solche Näherung ist das Modell der harten Kugeln, eine weitere die konsequente Vernachlässigung der Unterschiede verschiedenartiger Mittelwerte (z.B. wird $\overline{v^2}/\bar{v}^2 = 3\pi/8 = 1,178$ gleich 1,0 gesetzt). In Lehrbüchern (vgl. ALONSO und FINN [1], BERGMANN und SCHÄFER [3], BERKELEY [4]) werden diese beiden Näherungen regelmäßig gemacht; ausführlichere Diskussionen finden sich in KENNARD ([6]), KESTIN and DORFMAN ([7]) oder REIF([8]), wer es ganz genau wissen will, greife zu HIRSCHFELDER, CURTISS and BIRD ([5]) oder zu WALDMANN ([10]).

Im folgenden werden noch die wichtigsten Formeln notiert, denen die gezeigten Effekte genügen. Weitere Bemerkungen in der Filmbeschreibung.

a) Molekulare Bewegung

Geschwindigkeitsverteilung (Maxwell-Boltzmann):

$$f(v) dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-v^2/v_m^2) v^2 dv/v_m^3$$

Wahrscheinlichste Geschwindigkeit: $v_m = \sqrt{2kT/m}$

Mittlere Geschwindigkeit: $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m}$

Mittleres Geschwindigkeitsquadrat (Gleichverteilungssatz):

$$\bar{v}^2 = 3kT/m$$

Mittlere freie Weglänge (Näherung):

$$\bar{\lambda} \approx (n\sqrt{2}\sigma)^{-1}$$

(n = Anzahldichte, σ = Stoßquerschnitt = $4\pi r^2$, wenn r der Radius der harten Kugeln ist.)

Mittlerer quadratischer Abstand vom Ausgangsort nach der Zeit t :

$$\bar{x}^2 = 2 D t$$

(D = Diffusionskoeffizient s. u.)

b) Effusion ins Vakuum (vgl. Abb. 1)

Voraussetzung ist $\bar{\lambda} \gg d$, wo d der Lochdurchmesser ist. Dann ist der Fluß durch ein Loch der Fläche A

$$\dot{N} = \frac{1}{4} A n \bar{v} \approx T$$

c) Selbstdiffusion (vgl. Abb. 2)

Definition des Diffusionskoeffizienten: ein (makroskopischer) Dichtegradient erzeugt die Diffusionsstromdichte

$$\bar{j} = -D \text{grad } n$$

In der oben erläuterten ersten Näherung ist

$$D = 1/3 \bar{v} \bar{\lambda}$$

und die drei Transportkoeffizienten hängen wie folgt zusammen

$$D\varrho/\eta = 1 \quad D\varrho c_v/Km = 1$$

(η = Zähigkeit, K = Wärmeleitfähigkeit, ϱ = Massendichte, c_v = spezifische Wärme pro Molekül).

Die genaue Formel sei nur für D angegeben:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n} \cdot \frac{9\pi}{16} \cdot \frac{1}{\Omega^{1,1*}}$$

Der erste Korrekturfaktor ($9\pi/16$) gilt für harte Kugeln, der zweite, das temperatur- und potentialabhängige Stoßintegral $\Omega^{1,1*}$ berücksichtigt das wirkliche intermolekulare Potential.

Zur Entstehung des Films

Der Film gehört zu einer Serie von Filmen (SCHLIER et al. [12]–[17]), die vollautomatisch computerunterstützt gezeichnet und abfotografiert wurden. Hierzu wurde eine Kamera mit der Möglichkeit der Einzelbildschaltung vor einen Speicherbildschirm gesetzt und ein Programm geschrieben, das Bild für Bild auf den Bildschirm zeichnet, die Kamera auslöst und schließlich den Bildschirm löscht (BENZ [2]). Die Benutzung eines Prozeßrechners (hier: DIETZ MINCAL 621) erleichtert die dazu notwendigen Direktanschlüsse von Bildschirm und Kamera und die Realzeit-Programmierung. Auch das Zeichnen der Titel und die Buchführung über die Filmbilder geschehen computergesteuert.

Erläuterungen zum Film

Wortlaut des gesprochenen Kommentars¹

Brownsche Molekularbewegung

Dieser Film behandelt einige Erscheinungen aus der Physik der Gase, die mit dem Transport von Molekülmassen verbunden sind und unter dem Stichwort Diffusion zusammengefaßt werden.

Zunächst wird das Modell eines Gases gezeigt.

Die Bahn eines Moleküls, die in der Brownschen Molekularbewegung sichtbar werden kann, zeigt sich als Zickzacklinie.

Wie oben erwähnt, kann man nur die Bahn makroskopischer „Moleküle“ wirklich sichtbar machen. Die makroskopische Zickzacklinie ist dann meist als Folge stroboskopischer Momentaufnahmen gemeint. Im Film wird ein einzelnes Molekül bei seinen Zusammenstößen verfolgt.

Effusion im Vakuum

Temperatur T_0

Als erstes wird die sog. Effusion von Gasmolekülen durch ein Loch ins Vakuum gezeigt.

Im Film ist die Bedingung freie Weglänge \gg Lochdurchmesser erfüllt. Das gilt aber z. B. nicht für das Bunsensche Effusiometer (vgl. Walcher [9]), das zur Gasdichtebestimmung benutzt wird.

Die Moleküle stoßen sich gegenseitig.

Einige bekommen einen derartigen Impuls, daß sie durch das kleine Loch ins Vakuum ausströmen können.

Das „Vakuum“ müßte eigentlich offen sein, damit keine Rückdiffusion stattfindet, wie sie hier gelegentlich vorkommt. Dann wäre allerdings die effundierte Zahl nicht mehr so einfach feststellbar.

Die Geschwindigkeit, die diese Moleküle bei der Bewegung im Durchschnitt haben, ist durch die Temperatur bestimmt. Bei der angenommenen Temperatur T_0 sind am Schluß gerade 4 Moleküle in den rechten Teilraum gelangt.

Da die zum (auf die Leinwand projizierten) Vorgang gehörige Temperatur von der Masse, aber auch vom Projektionsmaßstab abhängt, wird auf eine Absolutangabe von T_0 verzichtet. Nimmt man Molekülmassen und übliche Projektionsgrößen, so sind die Geschwindigkeiten um etwa 2 Größenordnungen gegenüber der realen Welt reduziert, somit ist T_0 im Bereich von $10^{-2}K$.

Temperatur $4 \cdot T_0$

Nun ist die Temperatur gerade viermal höher als bisher, dadurch verdoppelt sich die durchschnittliche Geschwindigkeit der Moleküle. Infolgedessen dringen jetzt auch mehr Moleküle pro Zeiteinheit durch das Loch in den rechten Teilraum ein. Im Mit-

¹ Die *Kursiv*-Überschriften entsprechen den Zwischentiteln im Film. – Die eingerückten Abschnitte in Kleindruck geben zusätzliche Informationen.

tel sind es genau doppelt so viele wie vorher bei T_0 . Diese Zahl, acht, wird nach häufigem Überwechseln von einem Teilraum in den andern schließlich auch in unserem Beispiel erreicht. Da es sich um rein statistische Vorgänge handelt, kann sie allerdings in verschiedenen Experimenten schwanken und z. B. sieben oder – wie hier – neun betragen.

Auch ohne Rückdiffusion sind die statistischen Schwankungen der Effusion zu beachten.

Vergleich der Endzustände

Hier noch einmal die Ergebnisse der Effusion ins Vakuum bei verschiedenen Temperaturen, d. h. verschiedenen Molekülgeschwindigkeiten.

Dieser Zustand ist in Abb. 1 reproduziert.

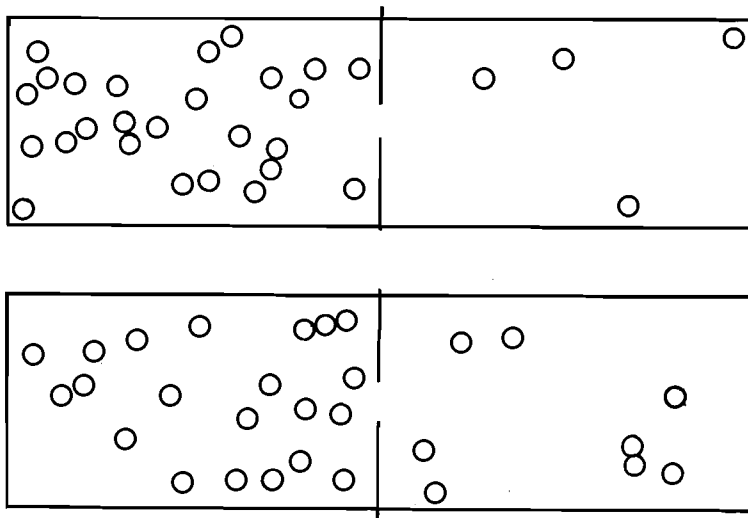


Abb. 1. Effusion ins „Vakuum“ des rechten Teilraums. Nach einer gewissen Zeit ist ein Bruchteil der Moleküle durch das Loch diffundiert, bei vierfacher Temperatur (unten) doppelt so viel wie oben

Selbstdiffusion, Teilchen markiert

Als nächstes ist die Hälfte der Teilchen markiert worden, um zu zeigen, wie die Teilchen sich bei einem Diffusionsvorgang durchmischen.

Es handelt sich also um gleichartige Teilchen, die nur für die Demonstration gekennzeichnet sind. Sie zeigen, daß beide Teilchensorten nach einiger Zeit den vorhandenen Raum gleichmäßig ausfüllen.

Zwei Zustände zu verschiedenen Zeiten zeigt Abb. 2

In der Natur gibt es markierte Moleküle natürlich nur in der Form, daß man z. B. verschiedene isotope Kerne in das Molekül einbaut. Gleiche Moleküle mit gleichen Kernen sind im übrigen ununterscheidbar.

In Sonderfällen gelingt auch eine andere Markierung, z. B. bei Ortho- und Parawasserstoff. Hier ist die „Marke“ der Gesamt-Kernspin, der bei Stößen praktisch nicht verändert wird.

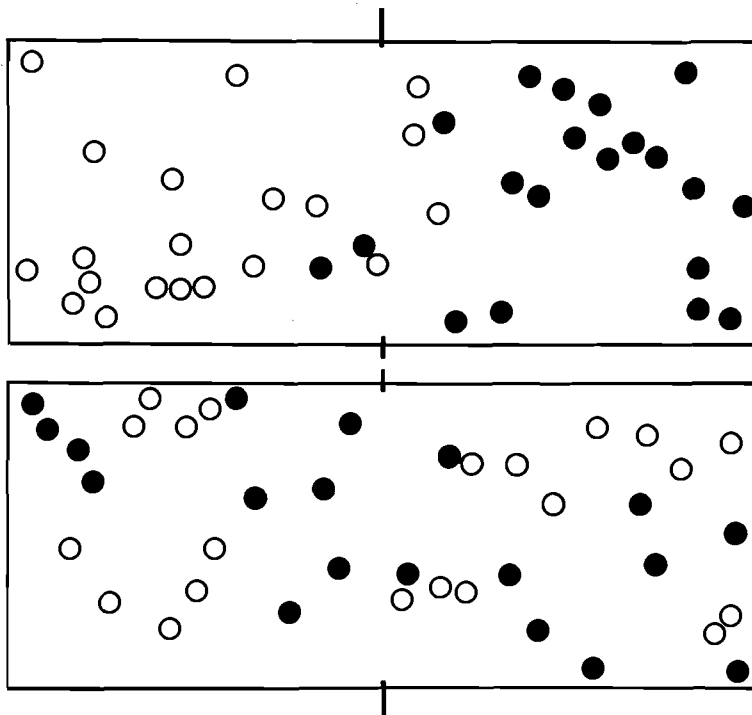


Abb. 2. Selbstdiffusion gleicher Teilchen, die hier zur Veranschaulichung zur Hälfte markiert sind. Anfangs waren alle schwarzen Teilchen im rechten Teilraum, später entstand das obere, noch später das untere Bild

Fremddiffusion durch eine Pore

Als nächstes wird die Diffusion zweier verschieden großer Teilchensorten durch eine kleine Öffnung gezeigt. Jede Teilchensorte geht von dem anfänglichen Teilraum nach genügend langer Zeit auch in den anderen Teilraum.

Solche Poren finden sich in Fritten (z. B. unglasierten Tongefäßen) und Membranen. Die Moleküle diffundieren dann durch eine Vielzahl von Poren. Bei Fritten sind die Öffnungen groß gegen den Moleküldurchmesser, so daß die Diffusionsgeschwindigkeit nur durch die Molekulargeschwindigkeit, d. h. durch Masse und Temperatur bestimmt wird.

Im Film wurde $m_1/m_2 = 0,51$ und parallel dazu $r_1/r_2 = (m_1/m_2)^{1/3} = 0,80$ gewählt, so daß $\bar{v}_1/\bar{v}_2 = 1,40$. Die Pore ist so klein, daß der r -abhängige Effekt merklich ist.

Die Geschwindigkeit, mit der das passiert, hängt von der Temperatur, der Masse der Teilchen und, wenn die Poren klein genug sind, auch von der Größe der Teilchen ab.

In unserem Beispiel ist die Pore nur wenig größer als die Teilchen, daher ist die Teilchengröße bestimmend, und man sieht, daß die größeren Teilchen eine geringere Wahrscheinlichkeit haben, innerhalb der verfügbaren Zeit in den anderen Teilraum zu gelangen.

English Version of the Spoken Commentary

Brownian Motion

In the physics of rarified gases, phenomena related to molecular mass transport are called diffusion processes.

The molecules undergo random collisions with each other.

This is called the Brownian motion.

Its result is a zig-zag-path.

Effusion into a vacuum

$$T = T_0$$

The effusion of gas molecules through a small hole into an empty container is a very simple diffusion process.

All molecules collide randomly with each other, certain collisions result in a momentum vector, which allows the passage through the small hole.

The average molecular velocity depends on the gas temperature.

Given some temperature T_0 and 1000 time intervals, we find that four molecules have succeeded to enter the right container.

$$T = 4 \cdot T_0$$

Now temperature has been increased fourfold, which doubles the average molecular velocity.

Consequently, a larger number of molecules per unit time will pass the hole, on the average twice as much as before.

After some to and fro this number, which is eight, is reached.

Since the process is a statistical one, we will find different numbers in different experiments after the same time, for instance seven, or-as in this example – nine!

Here is a comparison of the final situation after 1000 time intervals: the outcome of diffusion at different temperatures, that is, mean velocities.

Selfdiffusion

This process can only be made visible by putting a label on one part of the molecules, so we can follow the mixing, resulting from the diffusion process.

In a physical experiment molecules of the same kind are indistinguishable.

Only by isotopic substitution a measurement of selfdiffusion of a single molecular species is possible.

Diffusion through a pore

Finally we will watch the diffusion of two molecular species of different size through a small hole.

Eventually both species will be uniformly distributed among both containers.

The speed of approach to this equilibrium state depends on temperature, molecular mass, and – if the hole is small enough – on molecular size.

In our example molecular size is the decisive parameter.

We observe that the larger particles have a smaller chance to pass from one container to the other due to their smaller probability of hitting the free area of the hole.

Literatur

- [1] ALONSO, M., u. E. J. FINN: Physik, Inter European Editions. Amsterdam 1977.
- [2] BENZ, A.: Rechnerunterstützte Herstellung von Lehrfilmen. Zulassungsarbeit für das Staatsexamen, Freiburg 1971.
- [3] BERGMANN, L., u. Cl. SCHÄFER: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 1, 8. Aufl. Berlin 1970.
- [4] Berkeley – Physik – Kurs, Band 5: Statistische Physik (Autor: F. REIF). Wiesbaden 1977.
- [5] HIRSCHFELDER, J. O., C. F. CURTISS u. R. B. BIRD: Molecular Theory of Gases and Liquids. New York ²1964.
- [6] KENNARD, E. H.: Kinetic Theory of Gases. New York 1938.
- [7] KESTIN, J., u. J. R. DORFMAN: A Course in Statistical Thermodynamics. New York 1971.
- [8] REIF, F.: Grundlagen der physikalischen Statistik und der Physik der Wärme. Berlin 1976.
- [9] WALCHER, W.: Praktikum der Physik. Stuttgart ⁴1979.
- [10] WALDMANN, L.: Transporterscheinungen in Gasen von mittlerem Druck. In: Handbuch der Physik (Herausgeber S. FLÜGGE), Band 12, Berlin 1958, S. 295–514.

Filmveröffentlichungen

- [11] PIMENTEL, G. C.: Das Chemische Gleichgewicht – Kennzeichnung durch Radioisotope [CHEM-Study-Film „Equilibrium“]. Bearb.: INST. WISS. FILM, Mitarb. K.-D. BACH. Film D 1205 des IWF, Göttingen 1976. Publikation von K.-D. BACH, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 4, Nr. 7/D 1205 (1978), 16 S.
- [12] SCHLIER, Ch., A. BENZ und INST. WISS. FILM: Signalextraktion durch Mittelwertbildung. Film C 1285 des IWF, Göttingen 1978. Publikation von Ch. SCHLIER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 20/C 1285 (1981), 8 S.
- [13] SCHLIER, Ch., A. BENZ und INST. WISS. FILM: Keplersche Gesetze der Planetenbewegung. Film C 1286 des IWF, Göttingen 1978. Publikation von Ch. SCHLIER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 6/C 1286 (1980), 9 S.
- [14] SCHLIER, Ch., A. SANDLER und INST. WISS. FILM: Entstehung und Klassifikation von Wellen. Film C 1287 des IWF, Göttingen 1978. Publikation von Ch. SCHLIER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 21/C 1287 (1981), 8 S.

- [15] SCHLIER, Ch., A. SANDLER und INST. WISS. FILM: Klassische Atom-Atom-Streuung. Film C 1291 des IWF, Göttingen 1978. Publikation von Ch. SCHLIER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 22/C 1291 (1981), 11 S.
- [16] SCHLIER, Ch., W. SIEVERS und INST. WISS. FILM: Stöße von Protonen auf schweren Wasserstoff. Film C 1330 des IWF, Göttingen 1979. Publikation von Ch. SCHLIER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 7/C 1330 (1980), 11 S.
- [17] SCHLIER, Ch., U. WEISHAAR und INST. WISS. FILM: Orbiting-Stöße von Atomen. Film C 1329 des IWF, Göttingen 1979. Publikation von Ch. Schlier, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 7, Nr. 24/C 1329 (1981), 9 S.

Abbildungsnachweis

Abb. 1: Einzelbild aus dem Film; Abb. 2: Aus zwei Einzelbildern des Films zusammengesetzt.