

INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM

Wissenschaftlicher Film C 816/1960

Aus dem DVL-Institut für Turbulenzforschung Berlin und
Herrmann-Föttinger-Institut für Strömungsforschung
der Technischen Universität Berlin
(Direktor: o. Prof. Dr.-Ing. R. WILLE)

Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung

Von
Dipl.-Ing. E. BERGER

Mit 4 Abbildungen

GÖTTINGEN 1961

Aus dem DVL-Institut für Turbulenzforschung Berlin und
Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsforschung
der Technischen Universität Berlin
(Direktor: o. Prof. Dr.-Ing. R. WILLE)

Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung

Von Dipl.-Ing. E. BERGER

Der Film bringt vier Beispiele für den Übergang laminar — turbulent in Unterschallströmungen. Allgemein zeigt sich, daß dieser lokale bzw. zeitliche Übergang von Strömungszuständen beherrscht wird, die man als periodisch-laminar bezeichnen muß. Die Turbulenz wird durch den Zerfall dieser periodischen Störungszustände eingeleitet. Die im Film gezeigten Versuche dienen dem Zweck, einen Einblick in diesen Übergangsmechanismus zu gewähren.

I. Allgemeine Vorbemerkungen

1. Laminare und turbulente Strömungen

Phänomenologisch sind uns zwei grundlegend verschiedene Strömungsformen bekannt, die laminare und die turbulente.

Das Wort Laminarströmung bedeutet Schichtenströmung¹⁾ und besagt also, daß sich die Bewegung der Flüssigkeitsteilchen in wohlgeordneten Schichten vollzieht. Ein in eine solche Strömung eingebrachter Farbfaden bleibt erhalten. Allgemein läßt sich sagen: Eine stationäre Lösung der NAVIER-STOKESSchen Differentialgleichung stellt immer eine laminare Strömungsform dar. Dieses Kriterium ist hinreichend, aber nicht notwendig, denn z.B. kann eine Anlaufströmung sehr wohl laminar sein und ist ganz sicher instationär.

Im Gegensatz dazu steht die turbulente Strömungsform. Ein in diese Strömung eingeführter Farbfaden zerflattert. Der Grundströmung sind starke Querbewegungen überlagert, die einen erheblichen Impulsaustausch quer zur Hauptströmungsrichtung zur Folge haben. Zweckmäßig definiert man für die Geschwindigkeitskomponenten des Strömungsvektors

$$\mathbf{v} = \{u_1, u_2, u_3\}$$

¹⁾ lat.: lamina, Schicht.

sowohl bei laminarer als auch turbulenter Strömung einen zeitlichen Mittelwert an einem gegebenen Ort:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} u_i(t) dt$$

und somit:

$$u_i(t) = \bar{u}_i + u_i'(t)$$

wobei notwendig definitionsgemäß

$$\int_{t_0}^{t_0 + \tau} u_i'(t) dt = 0$$

wird und entsprechend für den Druck $p(t) = \bar{p} + p'(t)$. Dabei ist τ so groß zu wählen, so daß die \bar{u}_i und \bar{p} unabhängig von der Zeit werden. Bewegungen, für die solche zeitlichen Mittelwerte existieren, nennt man quasistationär. Bei ausgebildeter Turbulenz ist die Abhängigkeit der Schwankungsgrößen u_i' , p' von Ort und Zeit in ihren Einzelheiten in keiner Weise bekannt und kann bis jetzt nur statistisch beschrieben werden.

2. Der Umschlag zur Turbulenz

Bereits O. REYNOLDS sprach Ende des 19. Jahrhunderts auf Grund seiner Rohrströmungsversuche die Vermutung aus, daß das Problem des laminar—turbulenten Umschlages ein Stabilitätsproblem sei.

Seine Vermutung war: Die laminare Strömung ist als Lösung der NAVIER-STOKESSchen Differentialgleichung immer eine mögliche Strömungsform. Oberhalb eines kritischen Wertes eines dimensionslosen Strömungsparameters (der nach ihm benannten REYNOLDSSchen Zahl Re) Re_{krit} wird diese instabil und geht in die nunmehr stabile turbulente Strömungsform über. Seine Vermutung wurde später dadurch bestärkt, daß es gelang, durch fortschreitend verbesserte Einlaufbedingungen der Rohrströmung, d. h. durch immer weitergehende Unterdrückung von Einlaufstörungen die kritischen REYNOLDSSchen Zahlen immer höher zu treiben. So konnte u. a. V. W. EKMANN [2]¹⁾ die laminare Strömung bis $Re_{kr} = 24000$ aufrechterhalten, während O. REYNOLDS $Re_{kr} = 2300$ gefunden hatte. Von praktischer Bedeutung ist allerdings mehr die untere kritische REYNOLDSSche Zahl, bei der noch beliebige Einlaufstörungen wieder abklingen und die Strömung somit laminar bleibt. Diese untere Grenze dürfte bei ca. $Re_{kr} = 2000$ liegen [7].

Das bereits von O. REYNOLDS beobachtete intermittierende Auftreten der Turbulenz bei der Rohrströmung (turbulent flashes) konnte von L. SCHILLER und Mitarbeitern [15] in eindeutigen Zusammenhang mit Einlaufstörungen in Form sich ablösender Einlaufwirbel gebracht werden.

¹⁾ Siehe Literaturverzeichnis am Ende des Textes.

3. Zur REYNOLDSSchen Zahl

Physikalisch stellt die REYNOLDSSche Zahl das Verhältnis zweier Kräfte dar, die in der Strömung wirksam sind, nämlich:

$$Re = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Zähigkeitskräfte}}$$

Sie beträgt $Re = \frac{U \cdot D}{\nu}$, wobei U eine dem Problem angepaßte charakteristische Geschwindigkeit, z.B. bei der Rohrströmung Durchflußmenge/Rohrquerschnitt, D eine charakteristische Länge, hier z.B. der Rohrdurchmesser und ν die kinematische Zähigkeit des Mediums bedeuten. Die Kombination der drei Größen ist so, daß der Parameter Re dimensionslos und damit unabhängig vom Einheitensystem ist. Das REYNOLDSSche Ähnlichkeitsgesetz besagt nun, daß Strömungen in geometrisch ähnlichen Berandungen bei Abwesenheit anderer Kräfte als den oben genannten auch hydrodynamisch ähnlich sind, wenn ihre REYNOLDSSchen Zahlen gleich sind.

Mathematisch erhält man den vollständigen Satz aller bei einem Problem wirksamen Strömungsparameter, indem man die NAVIER-STOKESSchen Bewegungsgleichungen aus ihrer dimensionsbehafteten Schreibweise durch Einführung der dem Problem angemessenen Eigenmaßstäbe transformiert und damit dimensionslos macht. Also z.B.:

$$u_i^* \cdot U_0 = u_i \text{ charakteristische Geschwindigkeit: } U_0$$

$$p^* \cdot P = p \text{ (charakteristischer Druck: } P)$$

$$x_i^* \cdot L = x_i \text{ (charakteristische Länge: } L)$$

Die gesternten Größen sind dann dimensionslose Maßzahlen in einem $U_0 P L$ - statt in einem cgs-Einheitensystem.

4. Die WEBERSche Zahl

Während die Rohrströmung ganz sicher, solange man die Kompressibilität vernachlässigen kann, nur von einem Parameter — der REYNOLDSSchen Zahl — abhängt, ergibt z.B. eine einfache Analyse der ebenen Flachwasserströmung die Abhängigkeit von zwei Parametern, nämlich der REYNOLDSSchen Zahl Re und der WEBERSchen Kennziffer S , solange man mit einem Medium bei konstanter Temperatur arbeitet. Dabei hat der Parameter S physikalisch wieder die Bedeutung des Verhältnisses zweier in der Strömung wirksamer Kräfte: Trägheitskr./Oberfl.-Kr.

5. Störungstheorien

An der mathematischen Begründung der REYNOLDSSchen Vermutung ist lange Zeit gearbeitet worden. Neben verschiedenen theoretischen Ansätzen, wie der Berechnung der zeitlichen Änderung der Energie der Störbewegung (Energimethode), die zu keinem rechten Erfolg führte, oder der Theorie der endlichen Störbewegungen von L. SCHILLER [6]

und G. I. TAYLOR [10, 11], hat schließlich die Methode der kleinen Schwingungen (Theorie der Anfachung infinitesimaler Störungen) zum Erfolg und zur Bestätigung durch das Experiment geführt¹⁾. Ihre Entwicklung ist neben vielen anderen an die Namen von Lord RAYLEIGH, A. SOMMERFELD, G. I. TAYLOR, W. TOLLMIEH und H. SCHLICHTING sowie C. C. LIN geknüpft. Hier können nur die wichtigsten Ergebnisse mitgeteilt werden²⁾. Bei der Methode der kleinen Störungen werden nur gestörte Bewegungen zugelassen, die mit den NAVIER-STOKESSchen Gleichungen verträglich sind.

6. Zentrifugal- und Induktionsinstabilität

Bisher sind zwei Arten von Instabilität bekannt, die Zentrifugal- und die Induktionsinstabilität.

Bei der Zentrifugalinstabilität handelt es sich um das Gleichgewicht zwischen der durch die Krümmung der Stromlinien hervorgerufenen Zentrifugalbeschleunigung und dem in der gleichen Richtung in der Strömung wirkenden Druckgradienten. Diese Form der Instabilität wurde erstmals am Beispiel der COUETTESTRÖMUNG zwischen rotierenden Zylindern von G. I. TAYLOR mathematisch behandelt und experimentell verifiziert [9]. Später arbeiteten besonders H. GÖRTLER und seine Mitarbeiter auf diesem Gebiet, weshalb diese Form der Instabilität auch als TAYLOR-GÖRTLER-Instabilität bezeichnet wird.

Bei der Induktionsinstabilität handelt es sich um das Gleichgewicht zwischen den mit Rotation behafteten Elementen in der Strömung und damit um das Gleichgewicht der zwischen den Elementen — infolge ihrer gegenseitigen Induktion — auftretenden Wechselkräfte. Man bezeichnet sie auch als TOLLMIEH-SCHLICHTING-Instabilität. Diese Form der Instabilität ist u. a. bei Strömungen zu erwarten, bei denen starke Quergradienten der Geschwindigkeit vorhanden sind, wie z. B. in Grenzschichten.

Bis jetzt hat man sich bei der mathematischen Behandlung dieser Art von Instabilität auf ebene Störbewegungen beschränkt. Man denkt sich die Laminarströmung durch eine Störung beeinflusst, die sich aus in Richtung der Grundströmung laufenden Partialwellen nach FOURIER zusammensetzt.

¹⁾ Der Umschlag von der laminaren in die turbulente Rohrströmung hängt nach L. SCHILLER und Mitarbeitern [6] von der Größe der endlichen Anfangsstörung ab. Hierin hat man lange Zeit eine Diskrepanz zur Theorie der Anfachung infinitesimaler Störungen gesehen. Beide Auffassungen widersprechen sich jedoch nicht, da sie verschiedene Probleme, nämlich Umschlagspunkt und Instabilitätspunkt, betreffen, denn z. B. schlägt auch die instabile laminare Grenzschicht nach SCHUBAUER und SKRAMSTAD [8] erst dann um, wenn die infinitesimalen Anfangsstörungen zu einer bestimmten endlichen Stärke angewachsen sind (s. dazu auch [1]).

²⁾ Es sei besonders auf C. C. LIN [5] und auf das Lehrbuch von H. SCHLICHTING [7] verwiesen, das auch ein ausführliches Literaturverzeichnis enthält.

Da die Störbewegung als eben vorausgesetzt wird, läßt sich somit für diese eine Stromfunktion ansetzen. Man kann dann die vollständige Störungsdifferentialgleichung der ebenen Laminarströmung aufstellen.

7. Die RAYLEIGHschen Sätze

Aus dieser Störungsgleichung konnte Lord RAYLEIGH für den reibungsfreien Fall zwei Sätze aufstellen:

1. Eine notwendige Bedingung für das Auftreten angefachter Störungen ist das Vorhandensein eines Wendepunktes des Geschwindigkeitsprofils im Inneren der Grundströmung. W. TOLLMIEH konnte später beweisen, daß diese Bedingung auch hinreichend ist.

Da in der laminaren Grenzschicht Profile ohne Wendepunkt im Bereich des Druckabfalls auftreten und solche mit Wendepunkt im Bereich des Druckanstieges, ist somit klar, daß in Gebieten mit Druckanstieg eine größere Neigung zur Turbulenzentstehung in der Grenzschicht besteht, als in Gebieten Druckabfalles, eine schon lange bekannte Tatsache.

2. Existiert eine neutrale Störung, so muß im Inneren der Strömung eine Schicht (kritische Schicht) existieren, in der die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung gleich der ungestörten Geschwindigkeit in dieser Schicht ist.

Dieser Satz ist von Lord RAYLEIGH für konvexe Profile mit und ohne Wendepunkt bewiesen worden und konnte später von W. TOLLMIEH [14] auf die vollständige Störungsgleichung ausgedehnt werden, allerdings unter Beschränkung auf konvexe Profile. Von C. C. LIN konnte der Satz für den reibungsfreien Fall auf angefachte Störungen erweitert werden.

Die durch die Existenz der kritischen Schicht bedingte Singularität der Störungsgleichung verschwindet erst bei Berücksichtigung der Reibung und spielt demzufolge bei Stabilitätsbetrachtungen eine fundamentale Rolle, denn nur dann z.B. erhält man für eine neutrale Partialschwingung beim Durchgang durch die kritische Schicht eine Phasenumkehr, wie sie von G. B. SCHUBAUER und H. K. SKRAMSTAD [8] experimentell nachgewiesen werden konnte.

8. Die Plattenströmung

Die längsangeströmte ebene Platte ist das erste Beispiel für eine Induktionsinstabilität, das für die vollständige Störungsdifferentialgleichung von W. TOLLMIEH [12] [13] gerechnet wurde. Die Rechnung lieferte u. a. die Indifferenzkurve (Anfachungsgröße $c_i = 0$) als Funktion der mit der Verdrängungsdicke δ^* gebildeten REYNOLDSSchen Zahl und der Wellenzahl $\alpha = 2\pi/\lambda$ der Partialschwingungen also $c_i(\alpha\delta^*, Re(\delta^*)) = 0$, aus der sich eine untere kritische REYNOLDSSche Zahl entnehmen ließ. Sie ist die untere Grenze, wo bereits eine bestimmte Partialschwingung indifferent ist, während alle anderen noch gedämpft sind.

Später berechnete H. SCHLICHTING auch die Amplitudenfunktionen einiger neutraler Partialschwingungen dazu und Kurven konstanter Anfachung s. a. [7]. In einem groß angelegten Versuchsprogramm konnten G. B. SCHUBAUER und H. K. SKRAMSTAD [8] die von der Theorie gemachten Aussagen in allen wesentlichen Punkten bestätigen, so daß heute kein Zweifel mehr an der Richtigkeit der Theorie besteht.

9. Labilität und Umschlag

Der Labilitätspunkt ist natürlich nicht identisch mit dem Punkt, wo die Grenzschicht turbulent wird. Vielmehr besteht vom Labilitätspunkt ab eine selektive Anfachung von bestimmten möglichen Partialschwingungen, die schließlich weiter stromab zum Umschlag der Strömung in den turbulenten Zustand führen.

Die Instabilität einer laminaren Strömung kann, braucht jedoch nicht zur Turbulenz zu führen, wie man seit den Versuchen von G. I. TAYLOR [9] über die COUETTESTRÖMUNG zwischen rotierenden Zylindern weiß. Sie führt im genannten Falle zu einem anderen stabilen, laminaren Zwischenzustand der Strömung, der neben der Grundströmung eine zellige Struktur in Form von geschlossenen Wirbelringen aufweist, wobei der Wirbelvektor in Umfangsrichtung zeigt. Erst bei Erreichen der Instabilität dieser Strömungsform durch Steigerung der REYNOLDSschen Zahl auf einen zweiten kritischen Wert führt der Zerfall dieser lokal periodischen und sogar stationären Laminarströmung schließlich zur Turbulenz. D. HUHNT konnte diesem Beispiel eines stabilen, laminaren Zwischenzustandes der COUETTESTRÖMUNG ein weiteres, nämlich das der Flachwasserströmung, hinzufügen. Die von ihm bei der Flachwasserströmung gefundenen stabilen, periodisch-laminaren Strömungsformen besitzen insofern Zustandscharakter in einem erweiterten Sinne, als sie sich bei Durchführung eines Re - S -Kreisprozesses als unabhängig von der Vorgeschichte erweisen [4].

Bei beiden Beispielen ist eine Abhängigkeit der Strömungsparameter von der Lauflänge nicht vorhanden. Deshalb ist es möglich, daß sich diese laminaren Zwischenzustände im Falle der COUETTESTRÖMUNG sogar stationär und hier mit einer Gleichgewichtsamplitude einstellen, d. h. die Schwankung der Strömung strebt einem stabilen Gleichgewichtszustand zu, der nicht von der Lauflänge und auch nicht von der Vorgeschichte abhängt, sondern durch das Parameterpaar Re und S eindeutig festgelegt ist.

Zum Unterschied hierzu kann man nicht erwarten, daß sich bei Strömungen, deren Parameter von der Lauflänge abhängen, laminare Zwischenzustände mit einer Gleichgewichtsamplitude einstellen.

Bei der Plattenströmung ergibt sich Anfachung oder Dämpfung der Störung in jedem Falle, denn selbst eine neutrale Störung ist ja nur für einen bestimmten Bereich der REYNOLDSSchen Zahl, der einem bestimmten vernachlässigbar kleinem Bereich der Lauflänge gegenüber der Gesamtlauflänge entspricht, neutral.

Ganz ähnlich liegt der Fall bei einem Freistrahle. Die Strömungsvorgänge sind offensichtlich laulängenabhängig, obwohl man die REYNOLDSSche Zahl immer auf den Düsendurchmesser zu beziehen pflegt. Es gibt auch hier periodische, laminare Zwischenzustände, die sogar quasistationär sind. Sie erreichen aber keine Gleichgewichtsamplitude im oben definierten Sinne. Es tritt entweder Dämpfung der Störungen (Abb. 3, laminarer Freistrahle) oder Anfachung zu Wirbelringen auf (Abb. 2). Die Wirbelringe erfahren mit zunehmender Laulänge eine weitere Anfachung. Schließlich tritt bei Erreichen einer kritischen Wirbelkenngröße [3] der turbulente Zerfall der Wirbelringe ein. Dabei besteht kein Zweifel, daß diese verschiedenen Strömungsformen des Freistrahles nur von der REYNOLDSSchen Zahl und nicht von ihrer Vorgeschichte abhängen.

Offenbar besteht also allgemein folgender Übergangsmechanismus: Die ungestörte Grundströmung wird bei Erreichen eines bestimmten Zustandes, der durch einen oder die funktionale Verknüpfung mehrerer Strömungsparameter festgelegt ist, für mindestens eine infinitesimale Partialstörung instabil. Deren Anfachung führt zu einer endlichen, periodischen Störung. Diese ist für einen gewissen Bereich der Strömungsparameter, der unter Umständen sehr schmal ist, stabil. Bei Überschreiten dieses Bereiches wird sie instabil. Dies kann zu einem weiteren stabilen, periodisch-laminaren Zwischenzustand führen (s. Flachwasserströmung) oder aber zu weiterer Anfachung der Störungen, was schließlich zum Zerfall dieses Zwischenzustandes und Einsetzen der Turbulenz führt¹⁾.

Die Tatsache, daß bei der Flachwasserströmung der Umschlag zur Turbulenz bei einer bestimmten, kritischen REYNOLDSSchen Zahl erfolgt und somit nicht von der WEBERSchen Kennziffer S abhängt, während die Gebiete der laminaren Zwischenzustände durch kritische Funktionen $Re = Re(S)$ voneinander getrennt werden, legt die Vermutung nahe, daß ganz allgemein der Turbulenzeinsatz bei Strömungen von homogenen Medien — unabhängig von der Anzahl der sonst am Problem beteiligten Strömungsparameter — nur von der kritischen REYNOLDSSchen Zahl bestimmt wird.

Vorbemerkungen zum Film

a. Rohrströmung

Bei den Aufnahmen zur Demonstration der Rohrströmung wurde ein Glaskanal mit den Innenmaßen $15 \times 25 \times 200$ mm verwendet. Er besaß seitlich einen Ansatz mit einem Schlauchstück, mit dessen Hilfe die künstlichen Störungen des Farbfadens durch einen kleinen Druckstoß erzeugt wurden. Der Kanal stand senkrecht, so daß die Strömung von oben nach unten verlief. Zur besseren Ausnutzung des Bildfeldes wurde die Abbildung des Kanals optisch um 90° gedreht.

¹⁾ Vgl. hierzu auch R. WILLE [16] und U. DOMM [1].

b. Flachwasserströmung

Bei der Flachwasserströmung handelt es sich um ein zweiparametrisches Problem. Die kritischen Funktionen $Re_{kr} = Re_{kr}(S)$ trennen die Gebiete der verschiedenen, stabilen Strömungszustände voneinander ab (Abb. 4). Die auf den Filmtiteln angegebenen Re -Zahlen kennzeichnen den Zustand hier also nicht eindeutig. Es muß dazu S mit angegeben werden. Hierfür gelten folgende Beziehungen:

$$Re = U_0 \cdot h/\nu, \quad S = \rho \cdot U_0^2 \cdot h/\sigma \quad \text{mit:}$$

U_0 : stationäre Oberflächengeschwindigkeit [cm/sec].

h : Wasserhöhe der Strömung [cm]. Hier ca. 0,07 bis 0,3 cm.

ν : kinematische Zähigkeit des Mediums [cm²/sec].

ρ : Dichte des Mediums [g/cm³].

σ : Oberflächenspannung [dyn/cm].

Dabei ist $U_0 = U_0(\alpha, h)$ mit α als Neigungswinkel der Platte. Bei konstanter Temperatur ergibt sich also:

$$Re = Re(\alpha, h) \quad \text{und} \quad S = S(\alpha, h).$$

Man beobachtet dann bei konstantem α (hier 2°) und Steigerung der Wasserhöhe h durch Steigerung des Durchsatzes folgenden Entwicklungsgang:

1. Ebene zweidimensionale, laminare Grundströmung mit parabolischem Geschwindigkeitsprofil (nicht gefilmt).

Bei Erreichen der kritischen Funktion $Re^*(S)$ wird diese instabil und es treten:

2. Ebene zweidimensionale Wellen mit Gleichgewichtsamplitude auf. Bei Überschreiten der zweiten kritischen Funktion $Re^{**}(S)$ zerfallen diese in:

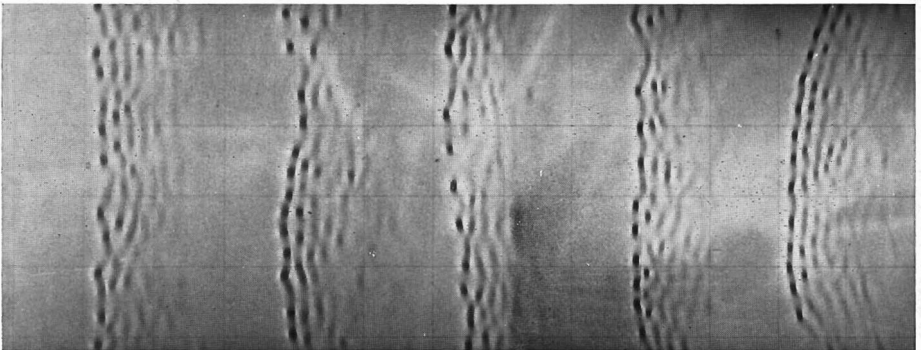


Abb. 1. Aufsicht auf Flachwasserströmung
Näpfchenwelle mit Gleichgewichtsamplitude

→ b

3. dreidimensionale Nüpfchenwellen mit Gleichgewichtsamplitude (s. Abb. 1).

Bei weiterer Steigerung des Durchsatzes tritt kurz vor Erreichen der kritischen Funktion $Re^{***}(S)$, die hier zu einer Konstanten Re^{***} degeneriert ist, wie es im Abschnitt 1.9 bereits besprochen wurde, eine Erscheinung auf, die als:

4. Turbulenzkeimbildung bezeichnet wird. Die endlichen dreidimensionalen Geschwindigkeitsstörungen, die von der Nüpfchenwelle in der Strömung hinterlassen werden, sind so groß, daß sie befähigt sind, turbulente Flecken (Spots) zu bilden. Diese vergehen unterhalb der kritischen REYNOLDSSchen Zahl Re^{***} nach einer gewissen Zeit des Abwärtsschwimmens wieder. Oberhalb dieser entwickeln sie sich aber zu
5. immer weiter wachsenden Spots.

Die vier im Film gezeigten Zustände sind in Abb. 4 eingetragen. Sie liegen auf einer Geraden, die durch die Bedingung $\alpha = 2^\circ$ festgelegt ist.

Die Strömung tritt über eine Beschleunigungsstrecke ohne merkliche Störungen auf eine geschliffene Glasplatte, die ca. 75 cm breit und ca. 200 cm lang ist. Die Aufnahmen erfolgten im reflektierten Gegenlicht. Zur besseren Kenntlichmachung der Wasseroberfläche wurde ein Raster eingespiegelt.

c. Freistrah

Als Freistrah bezeichnet man die Strömung aus einer Düse heraus in ein Gebiet, das vom gleichen Medium angefüllt ist und sich im Unendlichen in Ruhe befindet. Hier wird ein rotationssymmetrischer Freistrah gezeigt. Düsenkontur ist die VDI-Meßdüse 1952. Die Düse sorgt für eine konvektive Beschleunigung des Mediums vor Übertritt in die ruhende Umgebung. Die Geschwindigkeit vor der Düse ist vernachlässigbar klein gegen die Strahlgeschwindigkeit U in der Düsenmündung.

An der Düsenmündung löst sich die Düsen-Wandgrenzschicht zu einer freien Grenzschicht ab. Diese ist laminar und stabil im unterkritischen Zustand (Re_{kr} ca. 200, laminarer Freistrah, Abb. 3) und instabil im überkritischen. Es erfolgt dann nach einer gewissen „Anlaufänge“ Aufrollung und Abtrennung zu diskreten Wirbeln (Abb. 2). Dabei erfährt die Wirbelintensität mit zunehmender Lauflänge eine Steigerung (Anfachung), bis bei Erreichen eines kritischen Wertes derselben der turbulente Zerfall der Ringwirbel in der Scherströmung zwischen dem Strahlkern und der ruhenden Umgebung stattfindet, der die allgemeine Strahlurbulenz einleitet. In gewissen Re -Bereichen können vor dem Zerfall Schlüpf- und Vereinigungsprozesse zweier Ringwirbel auftreten.

Betrachtet man die freie Grenzschicht als Wirbelschicht mit gleichmäßiger Rotorbelegung, so kann man sich leicht klarmachen, daß auf

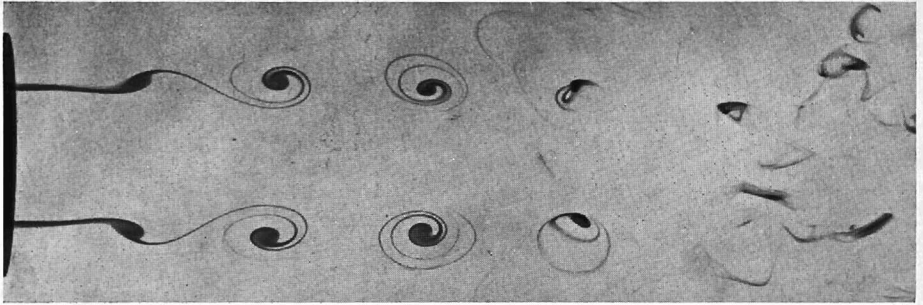


Abb. 2. Freistrahл Wasser in Wasser, $Re \approx 1500$

ein zufällig nach außen ausgelenktes Element durch die Nachbarelemente eine Kraft in Richtung einer weiteren Aufrollung ausgeübt wird (Abb. 2), während auf ein zufällig nach innen ausgelenktes Element durch die Nachbarelemente eine Kraft ausgeübt wird, so daß eine Glattstreichung in Gebiete höherer Geschwindigkeit erfolgt (Abb. 3, keine Anfachung).

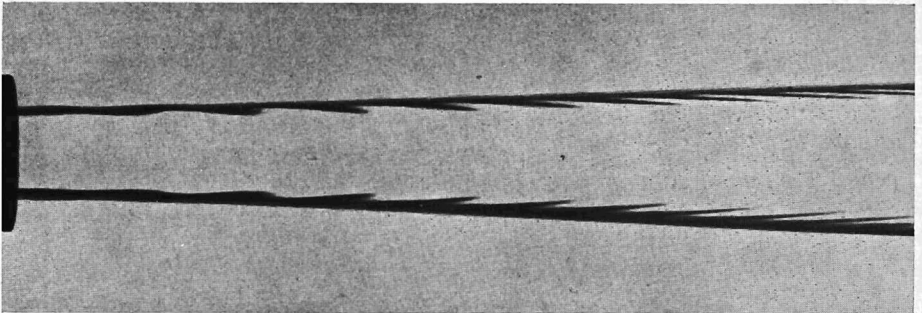


Abb. 3. Laminarer Freistrahл Wasser in Wasser, $Re \approx 200$

Die Düsendgrenzschicht wurde in Wasser durch Farbfäden und in Luft durch Rauch sichtbar gemacht. Ein solcher Farbfaden stellt weder eine Bahn- noch eine Stromlinie dar, sondern eine sogenannte „Streichlinie“, d. h. eine Flüssigkeitskette, deren Elemente bis zu ihrer turbulenten Auflösung beieinander bleiben. Sie gibt somit zu einem Zeitpunkt $t + \Delta t$ die Endpunkte der Verschiebungen aller zur Streichlinie der Zeit t gehörenden Elemente wieder.

Die Aufnahmen in Wasser erfolgten bei Gleichlicht, die in Luft bei stroboskopischer Beleuchtung mit Blitzlampen, wobei Beleuchtungsfrequenz, Schallfrequenz (zur akustischen Stabilisierung der Wirbel) und Kamerafrequenz miteinander gekoppelt waren. Die Düsendurchmesser betragen in Wasser 1,5 cm und in Luft 10 cm.

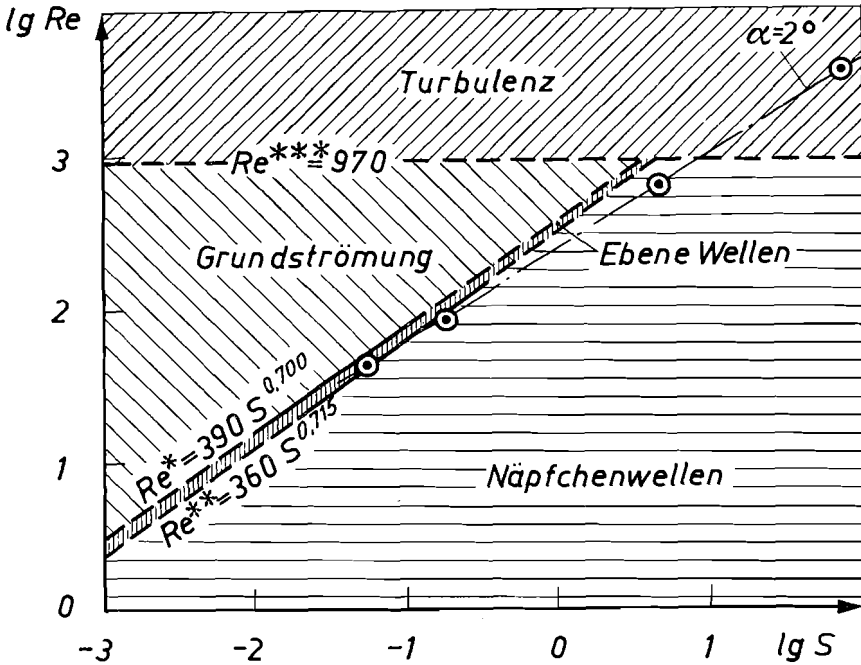


Abb. 4. Gebietseinteilung der logarithmischen Re - S -Ebene in Gebiete stabiler Strömungsformen bei der Flachwasserströmung

⊙ im Film dargestellte Zustände

(Nach D. HUHNT [4]; dort sind die Worte „Grundströmung“ und „Näpfchenwellen“ im Diagramm vertauscht)

II. Erläuterungen zum Film

Rohrströmung

Laminare Strömung — Umschlag laminar—turbulent bei Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit¹⁾

Der Farbfaden, durch den die Strömung sichtbar gemacht wird, läuft bei stationärer Geschwindigkeit der laminaren Grundströmung völlig glatt ein. Bei Steigerung des Durchsatzes zeigt sich bei Erreichen der kritischen Re -Zahl eine Welligkeit (sinuous motion) des Farbfadens. Diese Störungen werden stromabwärts angefacht. Außerdem wandert der Umschlagspunkt durch die Steigerung der Geschwindigkeit stromauf.

¹⁾ Die *Kursiv*-Überschriften entsprechen den Zwischentiteln im Film.

In der eingefügten Zeitdehneraufnahme wird noch einmal das Anwachsen von Störungen bei konstanter mittlerer Geschwindigkeit gezeigt ($Re \approx 2100$; Aufnahmefrequenz 72 B/s, d. h. dreifache Zeitdehnung¹⁾).

Abklingen von Störungen im laminaren Bereich

Zu achten ist einmal auf das zeitliche Abklingen der künstlichen Störungen an dem Ort, wo sie erzeugt wurden und ferner auf das Abklingen der stromab schwimmenden Störung.

Flachwasserströmung über eine schwach geneigte ebene Fläche

Reynoldsche Zahl $Re = 45$

Ebene Welle mit Gleichgewichtsamplitude

Gezeigt wird die untere Hälfte der Platte. Die Amplituden der Wellen sind außerordentlich klein gegen die Wasserhöhe h ($h \approx 0,07$ cm) und nur an der Verzeichnung des eingespiegelten Rasters zu erkennen. Man beachte den hohen Grad des Ordnungszustandes der Wellen und die geraden Wellenfronten. Die Geschwindigkeit der Welle ist größer als die mittlere Oberflächengeschwindigkeit.

Daß das Wasser am Plattenrand nicht kontinuierlich herunterläuft, sondern in einzelnen Tropfen abtropft, ist auf die notwendig niedrige Wasserhöhe h zurückzuführen und hat keinen Einfluß auf das Geschehen auf der Platte.

$Re = 90$

Näpfchenwelle mit Gleichgewichtsamplitude

Die ebene Welle ist dreidimensional zerfallen. Die Wellenfront ist nunmehr vielfach aufgegliedert und mit kleinen auf Lücke stehenden Einsenkungen (Näpfchen, s. a. Abb. 1) behaftet. (Zur Deutung: Wahrscheinlich sind jeweils zwei Näpfchen durch einen halbkreisförmig gebogenen Wirbelfaden miteinander verbunden. Näheres s. [4]). Wieder ist die Geschwindigkeit der Welle größer als die mittlere Oberflächengeschwindigkeit.

$Re = 730$

Bildung von Turbulenzkeimen (Spots)

Die Oberflächengeschwindigkeit ist so weit gesteigert, daß einzelne Näpfchen infolge ihrer zufällig erreichten Wirbelintensität befähigt sind, in der nachfolgenden Strömung Störungen zu hinterlassen, die genügen, um Turbulenz einzuleiten. Dies erfolgt über die Bildung von Spots. Sie vergehen hier aber wieder, da $Re < Re^{***}$ ist.

¹⁾ Bezogen auf die normale Vorführgeschwindigkeit von 24 B/s.

Die Turbulenzkeime laufen mit einer kleineren Geschwindigkeit hinter der Nöpfchenwelle her, aus der sie hervorgehen. Sie sind hinter der Welle nur an der Verzeichnung des eingespiegelten Rasters zu erkennen. Die Geschwindigkeit der Nöpfchenwelle ist größer, die der Turbulenzkeime kleiner, als die mittlere Oberflächengeschwindigkeit (Aufnahmefrequenz zuerst 24 B/s, dann 72 B/s entsprechend dreifacher Zeitdehnung).

$$Re = 3800$$

Entwickelte Turbulenzkeime

Die Oberflächengeschwindigkeit ist weiter über den kritischen Wert hinaus gesteigert $Re > Re^{***}$. Die Turbulenzkeime wachsen und entwickeln sich zu Spots.

Deutlich zu sehen ist in dieser Zeitdehneraufnahme das turbulente Quirlen der Strömung im Spot, dessen wucherndes Wachsen beim Schwimmen stromab und der Sprung in der Wasserhöhe (Schwall) zwischen dem Spot und der ungestörten Strömung, d. h. dem Spot wird jetzt ständig mehr Masse zu- als abgeführt. Natürlich ist die Abströmgeschwindigkeit des Spots kleiner und die Geschwindigkeit der den Spot erzeugenden Welle größer als die mittlere Oberflächengeschwindigkeit. Diese wachsenden Spots überwuchern bald die ganze Platte und führen bei einer bestimmten, mittleren Entfernung, vom Plattenanfang an gerechnet, zu einer nicht mehr von einer laminaren Strömung unterbrochenen turbulenten Plattenströmungsform. (Aufnahmefrequenz 72 B/s).

Freistrahл Wasser in Wasser

Anfahrwirbel

Bei den folgenden Versuchen wurde die Grenzschicht des Freistrahls durch Farbfäden sichtbar gemacht. Gezeigt wird ein instationärer Anfahrvorgang: Der Anfahrwirbel ist wesentlich größer als die nachfolgenden Ringwirbel des stationären Strahles. Man achte auf die Schlüpfvorgänge jeweils zweier Wirbel, die besonders bei der Großaufnahme ins Auge fallen.

$$Re = 200$$

Gezeigt wird ein laminarer Freistrahл. Die im Strahlrand vorhandenen Störungen klingen ab. Es treten nur Auslenkungen nach dem Strahlinneren auf (vgl. auch S. 12 und besonders Abb. 3).

$$Re = 1500$$

Die Aufrollung der Grenzschicht zu Ringwirbeln erfolgt nur bei Auslenkung nach außen. Gelegentlich treten Schlüpfvorgänge zweier Ringwirbel auf.

Die Großaufnahme mit dreifacher Zeitdehnung zeigt einmal die „Anlaufstrecke“ und da besonders den Aufrollungsprozeß mit gelegentlichen Schlüpfvorgängen im Detail und einmal den „Auslauf“ mit dem turbulenten Auflösungsprozeß. Die Wirbelbildung erfolgt mit sehr gleichbleibender Frequenz (Aufnahmefrequenz zuerst 24 B/s, dann 72 B/s).

$$Re = 4000$$

Die Zeitdehneraufnahmen lassen regelmäßige Schlüpfvorgänge des 3. und 4. Ringwirbelpaares, besonders in der Großaufnahme, erkennen. Die „Anlauflänge“ ist gegenüber $Re = 1500$ etwas kleiner geworden (Aufnahmefrequenz 72 B/s).

FreistrahL Luft in Luft

Die zum Vergleich bei Gleichlicht gemachte Aufnahme zeigt undeutliche Wirbelstrukturen in der durch Rauch sichtbar gemachten Grenzschicht. Gezeigt wird nur der untere Strahlrand.

Grenzschichtwirbel akustisch stabilisiert und stroboskopisch beleuchtet

Wirbel scheinbar stehend

Die Düse wird mit der Wirbelfrequenz beschallt, wodurch die Ablösefrequenz der Wirbel stabilisiert wird. Wirbel, Beleuchtungs- und Aufnahmefrequenz sind gleich (60 pro Sek.), so daß die Wirbel scheinbar stehen.

Interessant ist das gelegentliche Stromaufwärtswuchern des turbulenten Zerfalls der Wirbel (stärker noch bei den folgenden Aufnahmen in Erscheinung tretend).

Wirbel scheinbar stark verlangsamt wandernd

Die Aufnahme- und Beleuchtungsfrequenz ist hier etwas niedriger als die Wirbelfrequenz, so daß die Wirbel scheinbar langsam stromab wandern.

Das gelegentliche Auf- und Abspringen der Wirbel im Bild stammt von Schlüpfvorgängen der Wirbel, deren Bewegungsphasen nicht zahlreich genug aufgenommen sind, so daß sie nicht im richtigen zeitlichen Ablauf analysiert werden können.

Auch hier erfolgt die Wirbelbildung nur bei Auslenkung der Grenzschicht nach außen, d. h. im Bild nach unten.

Literatur

- [1] DOMM, U., Über eine Hypothese, die den Mechanismus der Turbulenz-Entstehung betrifft. DVL-Bericht Nr. 23; Westd. Verl., Köln u. Opladen 1956.
- [2] EKMAN, V. W., Archiv für Math. Astr. och Fys. **6** (1910), Nr. 12.
- [3] FABIAN, H., Experimentelle Untersuchungen der Geschwindigkeitschwankungen in der Mischungszone eines Freistrahles nahe der Düsenmündung. DVL-Bericht Nr. 122; Westd. Verl., Köln u. Opladen 1960.
- [4] HUHNT, D., Stabile Formen und Übergangerscheinungen der Flachwasserströmung auf einer schwach geneigten ebenen Platte. Diss. T. U. Berlin-Charlottenburg 1958 und DVL-Bericht Nr. 92, Westd. Verl. Köln u. Opladen 1958.
- [5] LIN, C. C., The Theory of Hydrodynamic Stability. Cambridge at the University Press 1955.
- [6] SCHILLER, L., Forsch. Arb. Geb. Ing. Wesen **248** (1922); Phys. Z. **26** (1925), S. 64; Verh. d. III. int. Kongr. f. techn. Mech. Stockholm 1930, Bd. I, S. 226; Neue quantitative Versuche zur Turbulenzentstehung. ZAMM **14** (1934), S. 36.
- [7] SCHLICHTING, H., Grenzschichttheorie, S. 274, bzw. S. 273ff. G. Braun, Karlsruhe 1951.
- [8] SCHUBAUER, G. B. u. H. K. SKRAMSTAD, Laminar Boundary Layer Oscillations and Stability of Laminar Flow. Journ. Aeron. Sci. **14** (1947), S. 69.
- [9] TAYLOR, G. I., Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. Phil. Trans. A **223** (1923), S. 289.
- [10] TAYLOR, G. I., Statistical theorie of turbulence V. — Effect of turbulence on boundary layers. Proc. Roy. Soc. London A **156** (1936), S. 307.
- [11] TAYLOR, G. I., Some recent developments on the study of turbulence. Proc. of the Fifth Int. Congr. for Appl. Mech. New York 1938, S. 294.
- [12] TOLLMIEHN, W., Über die Entstehung der Turbulenz, 1. Mitteilung. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Klasse **29** (1929), S. 21.
- [13] TOLLMIEHN, W., Asymptotische Integration der Störungsdifferentialgleichung ebener laminarer Strömungen bei hohen REYNOLDSSchen Zahlen. ZAMM **25/27** (1947), S. 33.
- [14] TOLLMIEHN, W., Göttinger Monographie über Grenzschichten, Teil B 3 (1946).
- [15] WIEN-HARMS, Handb. d. Experimentalphysik, Bd. IV/4, S. 135ff. Akad. Verlagsges. Leipzig 1932.
- [16] WILLE, R. u. U. DOMM, Über Strömungerscheinungen im Übergangsbereich von geordneter zu ungeordneter Bewegung. Jahrb. d. Schiffbau-techn. Ges. **46** (1952), S. 176.