

WOLFGANG SEND

FILM C 1604

**Freier Drehfall und Bruchverhalten
seitlich umgelegter Schornsteine**

Sonderdruck

Publ. Wiss. Film., Techn. Wiss./Naturw. 11 (1991), 89–109.

WOLFGANG SEND: Freier Drehfall und Bruchverhalten seitlich
umgelegter Schornsteine. Film C 1604.

ISSN 0073–8433



GÖTTINGEN 1991

INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM

WOLFGANG SEND

Freier Drehfall und Bruchverhalten seitlich umgelegter Schornsteine

Film C 1604

Mit 6 Abbildungen

Allgemeine Vorbemerkungen

Schornsteinsprengungen sind in den Medien des öfteren bildlich oder filmisch dokumentiert. Besonders beeindruckt dabei der seitlich fallende Drehkörper, der sich zunächst als starrer Körper zur Seite neigt, um dann früher oder später zu zerbrechen. Einfache Betrachtungen in verschiedenen Lehrbüchern der Mechanik geben an, daß die Bruchstelle bei etwa einem Drittel der Schornsteinhöhe liegen sollte. Zahlreiche Beobachtungen – so auch die im vorliegenden Film dokumentierten – zeigen aber, daß der Bruch eher auf halber Länge eintritt. Zudem ergibt sich auch nicht ein einfaches Durchknicken, sondern auf der Fallseite und der dem Fall abgewandten Seite bricht das Mauerwerk deutlich erkennbar auf unterschiedlichen Höhen. Die genaue Analyse der Betrachtungen führt zu dem Ergebnis, daß das Bruchverhalten seitlich umgelegter Schornsteine weitgehend aus der theoretischen Beschreibung des freien Drehfalls eines hohlen, endlich dicken, sich verjüngenden Drehkörpers folgt. Die mechanischen Zug- und Druckspannungen entstehen dabei in einem rotierenden Bezugssystem unter dem Einfluß der Schwerkraft.

Ausgehend von einigen Erläuterungen der Sprengtechnik zur Einleitung des Falls wird das mechanische Modell beschrieben. Die Beobachtungen sind zeitgedehnt zu verfolgen und werden durch Rechnungen ergänzt, die graphisch dargestellt am Bildschirm eines Rechners ablaufen. Abschließend wird, ebenfalls in Zeitdehnung, ein Experiment vorgeführt, das die Effekte des freien Drehfalls verdeutlicht. Die Spitze eines an einem Ende drehbar gelagerten Balkens erfährt eine Beschleunigung, die deutlich größer ist als die Erdbeschleunigung. Dies ergibt sich durch Vergleich mit einem frei fallenden Golf-

ball. Die damit verbundenen Trägheitskräfte quer zur Fallrichtung führen bei der geringen Zugfestigkeit von Mauerwerk daher beim Schornstein sehr schnell zum Bruch.

Einleitung

Das durch eine gerichtete Sprengung bewirkte seitliche Umlegen eines gemauerten Schornsteins führt zu Brucheffekten, die sich durch die Annahme eines freien Drehfalls deuten lassen. Schwer- und Trägheitskräfte verursachen eine Verteilung von Längs- und Querkraften, die auf der Basis der klassischen Bernoullischen Biegungshypothese das typische Bruchverhalten erklären. Nach der theoretischen Herleitung der Gleichungen für die auftretenden Druck- und Zugspannungen werden die Ergebnisse mit einem filmisch dokumentierten Beispiel verglichen. Die gute Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung läßt den Schluß zu, daß das theoretische Modell alle wesentlichen Phänomene richtig beschreibt. Es läßt sich zeigen, daß drei dimensionslose Kenngrößen das mechanische Verhalten bestimmen, die als Verjüngung, Durchlaß und Höhenverhältnis eingeführt werden.

1. Geometrische Anordnung

Das seitliche Umlegen eines Schornsteins wird bei einer Sprengung dadurch erzielt, daß in Fallrichtung 55 % seines Umfangs herausgesprengt werden, wobei zur Herstellung definierter Bruchstellen vorher sogenannte Fallschlitze aus dem Mauerwerk herausgesprengt wurden. Abb. 1 zeigt die geometrische Anordnung. Am Schornstein mit den Ausgangsgrößen Höhe H_a , Durchmesser D_a am Boden und D_1 an der Spitze werden auf der Höhe H_f Fallschlitze f_1, f_2 angebracht.

Der in Fallrichtung verbleibende Teil der Schornsteintrommel wird über die ganze Höhe der Fallschlitze hinweg herausgesprengt, wodurch dem Schornstein die Unterstützung seines Schwerpunktes entzogen ist. Dessen horizontaler Abstand d zu den hinteren Fallschlitzbegrenzungen bildet mit der Gewichtskraft G des Schornsteins ein Moment des Betrages $d \cdot G$, das den freien Drehfall einleitet. Der Drehkörper hat die gegenüber H_a etwas geringere Höhe H und den gegenüber D_a geringeren Bodendurchmesser D . Der Innendurchmesser am Boden ist D_i . Für alle übrigen Betrachtungen ist es ausreichend, die Drehachse näherungsweise in der Schornsteinachse anzunehmen, sofern der Fall nur erst einmal eingeleitet ist.

2. Freier Drehfall

Fortan sei ein mitbewegtes Koordinatensystem (x, y) betrachtet, das aus dem ruhenden System (x^0, y^0) durch Drehung um den von der Zeit t abhängigen Winkel $\alpha(t)$ hervorgeht (Abb. 1). Ein beliebiger Punkt am Dreh-

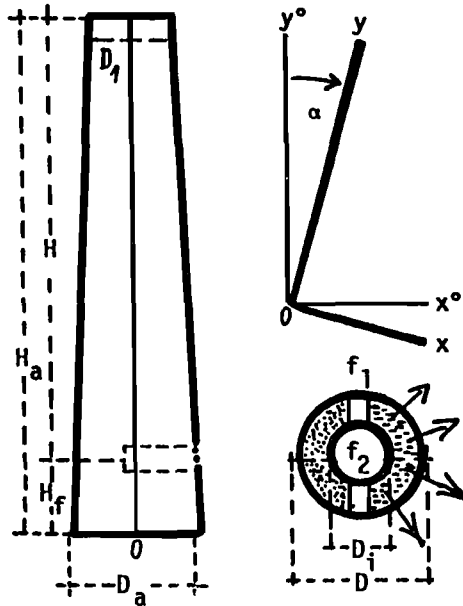


Abb. 1. Geometrische Daten und Koordinaten für den Drehkörper
Zeichnung: W. SEND

körper mit den Koordinaten (x, y) hat daher im ruhenden System die Position (x^0, y^0) :

$$\begin{bmatrix} x^0(x, y, \alpha) \\ y^0(x, y, \alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1)$$

Äußere Kräfte wirken allein durch die in negative y^0 -Richtung zeigende Erdbeschleunigung g . Ein Massenelement dm erfährt im bewegten System eine ortsabhängige Beschleunigung $\vec{b}(x, y, \alpha)$:

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 x - \ddot{\alpha} y \\ -g \cos \alpha + \dot{\alpha}^2 y + \ddot{\alpha} x \end{bmatrix} \quad (2a)$$

Der Punkt kennzeichnet die gewöhnliche Zeitableitung. Gleichung (2a) ergibt sich unmittelbar aus der Transformation der Bezugssysteme.

Die nachfolgenden Herleitungen beruhen auf einigen Annahmen, von denen die erste lautet:

Die seitliche Ausdehnung des runden Drehkörpers wird hinsichtlich der Trägheitskräfte vernachlässigt, da seine Höhe groß ist gegenüber dem Durchmesser.

Somit entfallen die Terme mit x -Abhängigkeit, und die Beschleunigungskomponenten sind allein Funktionen der Höhe y und des Winkels α , wenn man $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ durch α parametrisiert denkt:

$$\vec{b}(y, \alpha) = \begin{bmatrix} b_x(y, \alpha) \\ b_y(y, \alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \sin \alpha - \ddot{\alpha}(\alpha) y \\ -g \cos \alpha + \dot{\alpha}(\alpha) y \end{bmatrix} \quad (2b)$$

Hinsichtlich der Querschnittsänderungen sei die folgende Annahme gemacht:

Innen- und Außendurchmesser des kreisförmigen Querschnitts verjüngen sich vom Boden zur Spitze in gleichem Verhältnis.

Ein Querschnitt auf der Höhe y hat somit die Fläche

$$F(y) = \frac{\pi}{4} (D^2 - D_i^2) \left(1 - \varepsilon \frac{y}{H}\right)^2 \quad (3a)$$

mit

$$\varepsilon := \frac{D - D_i}{D} \quad (3b)$$

als Maß für die *Verjüngung* des Schornsteins (Dossierung). Wählt man als Maß für den *Durchlaß* noch

$$\delta := \left(\frac{D_i}{D}\right)^2, \quad (3c)$$

dann lautet mit ρ als Dichte des Baumaterials und $\eta = y/H$ als relativer Höhenkoordinate die Darstellung eines scheibenförmigen Massenelementes des kegelförmigen Hohlkörpers

$$dm(\eta) = \frac{\pi}{4} \rho D^2 H (1 - \delta) r^2(\eta) d\eta \quad (4a)$$

mit der Radiusfunktion

$$r(\eta) = 1 - \varepsilon \eta. \quad (4b)$$

Für die Gesamtmasse m des Drehkörpers folgt daraus

$$m = \int_0^1 dm(\eta) = m_0 \mu(\varepsilon) \quad (5 a)$$

mit

$$m_0 = \frac{\pi}{4} \rho D^2 H (1 - \delta) , \quad \mu(\varepsilon) = 1 - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{3} . \quad (5 b)$$

Der tiefgestellte Index „0“ kennzeichnet hier bei der Masse und nachfolgend eine Größe ohne Einbeziehung der Verjüngung (Theorie des dünnen Stabes). Für die beim freien Drehfall wirkenden Kräfte pro Längeneinheit P_x und P_y , die Streckenlasten, resultiert aus der Definitionsgleichung

$$\vec{P}(\eta, \alpha) := \frac{dm(y)}{dy} \vec{b}(\eta, \alpha) \quad (6 a)$$

mit

$$P_x(\eta, \alpha) = p_0 r^2(\eta) \left(\sin \alpha - \frac{\ddot{\alpha} H}{g} \eta \right) \quad (6 b)$$

und

$$P_y(\eta, \alpha) = p_0 r^2(\eta) \left(-\cos \alpha + \frac{\ddot{\alpha}^2 H}{g} \eta \right) \quad (6 c)$$

wobei

$$p_0 = \frac{G_0}{H} \quad \text{und} \quad G_0 = m_0 g . \quad (6 d)$$

Die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\alpha}$ und -beschleunigung $\ddot{\alpha}$ lassen sich aus elementaren Überlegungen gewinnen. Ist Θ das Trägheitsmoment des Schornsteins um den Drehpunkt $y = 0$ und S der Schwerpunkt auf der y -Achse, dann lautet die Differentialgleichung für den Drehfall

$$\Theta \ddot{\alpha} = m g S \sin \alpha . \quad (7)$$

Für Θ und S erhält man

$$S = \frac{\int y dm}{\int dm} = S_0 \frac{s(\varepsilon)}{\mu(\varepsilon)} \quad (8 a)$$

mit

$$S_0 = \frac{H}{2} , \quad s(\varepsilon) = 1 - \frac{4}{3} \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2} . \quad (8 b)$$

Ferner ist

$$\Theta = \int y^2 dm = \Theta_0 t(\varepsilon) \quad (9a)$$

mit

$$\Theta_0 = m_0 \cdot \frac{H^2}{3}, \quad t(\varepsilon) = 1 - \frac{3}{2}\varepsilon + \frac{3}{5}\varepsilon^2. \quad (9b)$$

Für $\ddot{\alpha}$ erhält man

$$\ddot{\alpha}(\alpha) = \frac{mgS \sin \alpha}{\Theta} = \omega^2 \sin \alpha \quad (10a)$$

wobei

$$\omega^2 = \omega_0^2 a^2(\varepsilon), \quad \omega_0^2 = \frac{3}{2} \frac{g}{H}, \quad a^2(\varepsilon) = \frac{s(\varepsilon)}{t(\varepsilon)}. \quad (10b)$$

Gleichung (10a) führt auch auf die Lösung des Bewegungsablaufes selbst

$$\ddot{\alpha}(\alpha) = \frac{d\dot{\alpha}}{d\alpha} \dot{\alpha} = \omega^2 \sin \alpha. \quad (11)$$

Der Anfangswert $\alpha(0)$ ist nun aber nicht mehr null, sondern der Winkel α_s , den die y^0 -Achse mit der Verbindungslinie vom Schwerpunkt zur Drehachse einschließt. Während dieser Sachverhalt im Ansatz von Gleichung (1) vernachlässigt wird, spielt er für den Bewegungsbeginn und -ablauf natürlich eine entscheidende Rolle. Somit ist

$$\frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 = \omega^2 \int_{\alpha_s}^{\alpha(t)} \sin \alpha' d\alpha' = \omega^2 (\cos \alpha_s - \cos \alpha) \quad (12a)$$

mit

$$\alpha(0) = \alpha_s = \arctan \frac{d}{S}. \quad (12b)$$

Wie eingangs bereits bemerkt, wird die Drehung durch Wegsprengen der Unterstüzung eingeleitet. Die voranstehende Erörterung führt zu der weiteren Annahme:

Die geringfügige Exzentrizität zwischen Drehpunkt und Längsachse des Drehkörpers wird vernachlässigt. Außer für die Lösung $\alpha(t)$ wird $\cos \alpha_s \cong 1$ gesetzt.

Die Streckenlasten aus Gleichung (6) können nunmehr explizit angegeben werden:

$$P_x(\eta, \alpha) = p_0 p_x(\eta) \sin \alpha \quad (13 a)$$

mit

$$p_x(\eta) = r^2(\eta) \left[1 - \frac{3}{2} \alpha^2(\varepsilon) \eta \right] \quad (13 b)$$

und

$$P_y(\eta, \alpha) = p_0 p_y(\eta, \alpha) \cos \alpha \quad (13 c)$$

mit

$$p_y(\eta, \alpha) = r^2(\eta) \left[-1 + 3\alpha^2(\varepsilon) \eta \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha} \right]. \quad (13 d)$$

Die an der Stelle η wirkenden Gesamtkräfte ergeben sich durch Aufintegration der Streckenlasten:

$$\vec{K}(\eta, \alpha) = H \int_{\eta}^1 \vec{P}(\eta', \alpha) d\eta' . \quad (14 a)$$

In Komponenten ergibt sich:

$$K_x(\eta, \alpha) = G_0 k_x(\eta) \sin \alpha \quad (14 b)$$

mit

$$k_x(\eta) = \int_{\eta}^1 p_x(\eta') d\eta' \quad (14 c)$$

und

$$K_y(\eta, \alpha) = G_0 k_y(\eta, \alpha) \cos \alpha \quad (14 d)$$

mit

$$k_y(\eta, \alpha) = \int_{\eta}^1 p_y(\eta', \alpha) d\eta' . \quad (14 e)$$

Die Querkraft K_x verursacht zugleich einen Momentenverlauf, der den Drehkörper auf Zug und Druck beansprucht. Die Auswirkungen dieser Beanspruchung werden im nächsten Abschnitt behandelt.

Es ist nun noch näherungsweise die Lage der Drehachse zu ermitteln, um die sich der Schornstein tatsächlich dreht, sowie die Fallbewegung selbst. Abb. 2 zeigt die verbleibende Standfläche von 45 % des ursprünglichen Umfangs.

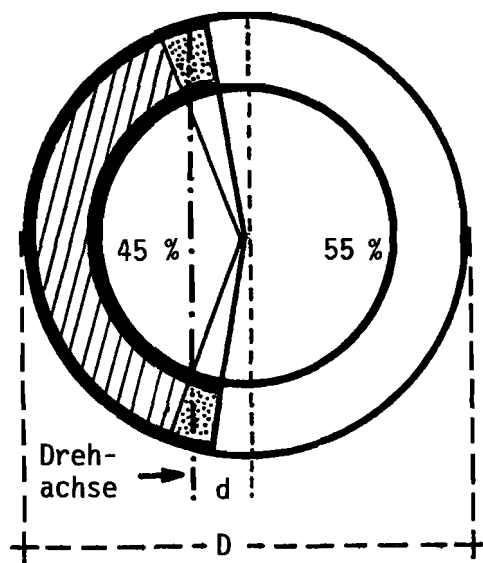


Abb. 2. Standfläche (schraffiert) zu Beginn und Kippfläche (punktiert) beim Fall

Zeichnung: W. SEND

Geht man davon aus, daß gemauerte Schornsteine mit achtfacher Sicherheit gebaut werden, also $\frac{1}{8}$ des Umfangs benötigt wird, um das Gewicht des Schornsteins noch zu tragen, dann ist folgende Annahme berechtigt:

Während des Falls wird durch das Gewicht eine Kippfläche von $\frac{1}{8}$ des Umfangs gepreßt, unabhängig davon, wie weit das Mauerwerk auf der dem Fall abgewandten Seite ausklafft. Die Mitte dieser Kippfläche sei als Drehachse angenommen.

Der Winkel, unter dem die Drehachse den Zylindermantel (näherungsweise am Außenrand) schneidet, ergibt sich — von der Mitte gerechnet — aus der Hälfte von $\frac{1}{100}$ des Vollkreises (entsprechend 9°) und der halben Hälfte des Sektors der Standfläche von $\frac{1}{8}$ des Vollkreises (entsprechend $11^\circ 15'$). Daraus ergibt sich

$$\frac{d}{D} = \frac{1}{2} \sin(20^\circ 15') \cong 0,17 . \quad (15)$$

Somit ist auch der Anfangswert α_s für die Gleichung (12) bekannt. Der zeitliche Verlauf des Falls ist durch $\alpha(t)$ gegeben. Allerdings ist die nachfolgend mit α^* bezeichnete Lösung von Gleichung (11 b) dann nicht der Winkel α , unter dem der Beobachter die Neigung der Längsachse des Schornsteins gegen die Vertikale sieht (Abb. 1), sondern man erhält $\alpha(t)$, indem man α_s in guter Näherung von $\alpha^*(t)$ einfach abzieht. Nach Gleichung (11 b) ist

$$\int_{\alpha_s}^{\alpha^*(t)} \frac{d\alpha'}{\cos \alpha_s - \cos \alpha'} = \sqrt{2} \omega t . \quad (16 a)$$

Die Lösung führt auf ein elliptisches Integral erster Art und lautet mit der Substitution

$$\phi(\alpha^*) = \left[\frac{1 + \cos \alpha^*}{1 + \cos \alpha_s} \right]^{1/2} \quad (16 b)$$

in impliziter Form

$$\omega t = \int_{\phi(\alpha^*)}^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \phi')^{-1/2} d\phi' , \quad k^2 = \cos^2 \frac{\alpha_s}{2} . \quad (16 c)$$

Aus

$$\omega t = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \phi')^{-1/2} d\phi' - \int_0^{\phi(\alpha^*)} (1 - k^2 \sin^2 \phi')^{-1/2} d\phi'$$

folgt in der Notation nach [1], S. 589, mit $k^2 = \sin^2 \gamma$ die Darstellung der Lösung durch das unvollständige elliptische Integral erster Art

$$\omega t = F\left(\frac{\pi}{2}, \gamma\right) - F(\phi, \gamma) . \quad (16 d)$$

Da $\gamma \cong \frac{\pi}{2}$ für $\alpha_s \cong 0$, kann man eine approximative Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Lösung finden, wenn man $t = 0$ setzt für einen kleinen, aber willkürlichen Winkel α_e , also $\alpha^*(0) = \alpha_s + \alpha_e$; dann ist

$$\omega t = F\left(\phi(\alpha_s + \alpha_e), \frac{\pi}{2}\right) - F\left(\phi(\alpha^*(t)), \frac{\pi}{2}\right) .$$

Es ist

$$F\left(\phi, \frac{\pi}{2}\right) = \ln \left\{ \tan \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \right] \right\} .$$

Mit der Bezeichnung

$$F_e = F\left(\phi(\alpha_s + \alpha_e), \frac{\pi}{2}\right)$$

lautet zunächst die Näherungslösung für $\alpha^*(t)$:

$$\alpha^*(t) = \arccos \left\{ -1 + (1 + \cos \alpha_s) \cdot \sin^2 \left\{ 2 \arctan \left[\exp(F_e - \omega t) \right] - \frac{\pi}{2} \right\} \right\} . \quad (17)$$

Durch die eingeführte Zeitverschiebung ist der Anfangswert $\alpha^*(0) = \alpha_s + \alpha_e$, so daß dieser Anfangswert von der Lösung abgezogen werden muß:

$$\alpha(t) = \alpha^*(t) - \alpha_s - \alpha_e . \quad (18)$$

Eine genaue Betrachtung zeigt auch, daß wegen des Zusammenbruchs der Mauerung die Spitze des Schornsteins nicht einfach eine Kreisbahn beschreibt, sondern zugleich nach unten wegsackt. Dieser Effekt kann kapitale Ausmaße annehmen und den Effekt des seitlichen Umlegens gänzlich verwischen. Für solche Fälle ist die hier vorliegende Herleitung natürlich nicht mehr geeignet. Aus sprengtechnischer Sicht gehört etwas „Fingerspitzengefühl“ dazu, den Schornstein zu einem sauberen Fallverhalten zu bringen. Liegt letzteres Verhalten vor, dann ist die Größenordnung des Durchsackens bei kleinen Neigungswinkeln etwa d/H . Da schon D/H bei Schornsteinen stets kleiner als etwa $1/10$ ist, hat die Nichtbeachtung des Wegsackens dann keinen nennenswerten Einfluß.

3. Zug- und Druckspannungen

Im vorangehenden Abschnitt über den freien Drehfall sind die kinematischen Verhältnisse bei einer Schornsteinsprengung als Beispiel für den freien Drehfall untersucht und die auftretenden Kräfte hergeleitet worden. Es soll nun gezeigt werden, daß die Kräfte und die aus ihnen folgenden Biegemomente typische Veränderungen in den Wandspannungen des Schornsteingemäuers hervorrufen, die an den Stellen maximaler Zug- und Druckspannungen zum Bruch führen.

Die Herleitungen in diesem Abschnitt beruhen auf der klassischen Bernoullischen Biegungshypothese, wonach bei der Biegung ebene Querschnitte eben bleiben; sie drehen sich lediglich um die neutrale Achse (Längsachse des Dreh-

körpers) in der Weise, daß sie nach der Biegung wieder senkrecht zur gebogenen Trägerachse stehen. Abb. 3 zeigt die Kräfte am Schornstein und die durch sie hervorgerufene Biegung. Die durch die Masse oberhalb eines Querschnittes auf der Höhe $y = \eta H$ hervorgerufene Längskraft nach Gleichung (14 d) verursacht eine gleichmäßig über den Querschnitt verteilte Spannung in y -Richtung:

$$\sigma_{y1}(\eta, \alpha) = \frac{K_y(\eta, \alpha)}{F(\eta)} \quad (19)$$

Der zugehörigen Streckenlast P_y aus Gleichung (13 c) ist zu entnehmen, daß für kleine Winkel σ_{y1} negativ ist und somit Druck erzeugt wird. Für $\cos \alpha \lesssim 3/4$

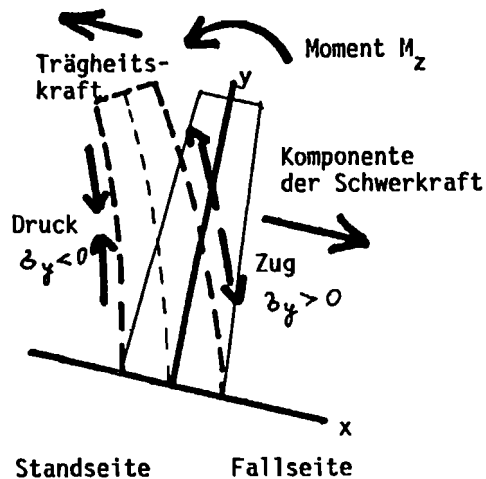


Abb. 3. Trägheits- und Schwerkraft bewirken eine Biegung des Drehkörpers
Zeichnung: W. SEND

bewirkt die Fliehkraft an der Spitze aber bereits eine Zugspannung; in der Praxis zerbricht ein Ziegelschornstein jedoch vor diesem Neigungswinkel von rund 40° .

Die Querkraft K_x aus Gleichung (14 b) erzeugt ein Moment M_z (allgemein $d\vec{M} = d\vec{r} \times \vec{K}$):

$$M_z(\eta, \alpha) = -H \int_{\eta}^1 K_x(\eta', \alpha) d\eta' \quad (20 a)$$

$$M_z(\eta, \alpha) = -G_0 H \sin \alpha m_z(\eta) \quad (20 b)$$

mit

$$m_z(\eta) = \int_{\eta}^1 k_x(\eta') d\eta' . \quad (20 c)$$

Dieses Moment liegt in der z-Achse senkrecht zur x-y-Ebene des mitbewegten Koordinatensystems. Ist

$$J_x(\eta) = \int \int x^2 dF(\eta) \quad (21 a)$$

das Flächenträgheitsmoment eines Kreisrings, in diesem Fall

$$J_x(\eta) = \frac{\pi}{64} D^4 (1 - \delta^2) r^4(\eta) , \quad (21 b)$$

dann ergibt sich zusammen mit dem Moment eine zum Abstand x von der Längsachse proportionale Biegespannung σ_{y2}

$$\sigma_{y2}(x, \eta, \alpha) = \frac{M_z(\eta, \alpha)}{J_x(\eta)} x . \quad (22)$$

Für die Randfasern der Fallebene $z = 0$ gilt die Zuordnung

$$x(\eta) = \pm \frac{D}{2} r(\eta) , \quad (23)$$

wobei das untere Zeichen die Fallseite, das obere Zeichen die der Fallrichtung abgewandte Standseite kennzeichnet. Die Gesamtspannung $\sigma_y(\eta)$ setzt sich aus beiden Anteilen σ_{y1} und σ_{y2} zusammen:

$$\sigma_y(\eta, \alpha) = \frac{G_0 k_y(\eta, \alpha)}{\frac{\pi}{4} D^2 (1 - \delta) r^2(\eta)} \pm \frac{G_0 H \sin \alpha m_z(\eta)}{\frac{\pi}{64} D^4 (1 - \delta^2) r^4(\eta)} \cdot \frac{D}{2} r(\eta) . \quad (24)$$

Die Teilfunktionen lauten explizit:

$$\sigma_{y1}(\eta, \alpha) = \frac{G_0 k_y(\eta, \alpha)}{\frac{\pi}{4} D^2 (1 - \delta) r^2(\eta)} \quad (24 a)$$

$$\sigma_{y2}(\eta, \alpha) = \frac{G_0 \cdot H \sin \alpha m_z(\eta)}{\frac{\pi}{32} D^3 (1 - \delta^2) r^3(\eta)} \quad (24 b)$$

$\sigma_y > 0$ bedeutet Zugspannung, $\sigma_y < 0$ ergibt Druckspannung. Gleichung (24) enthält als Konstante

$$\sigma_0 = \rho g H, \quad (25 \text{ a})$$

so daß mit der Einführung des *Höhenverhältnisses*

$$\lambda := \frac{H}{D} \quad (25 \text{ b})$$

und der Bezeichnung

$$l = \frac{8\lambda}{1+\delta} \quad (25 \text{ c})$$

die auf Extremalwerte zu untersuchende Gleichung für die Spannungsverteilung lautet

$$\sigma_y(\eta, \alpha) = \sigma_0 \cdot \begin{cases} b_s(\eta, \alpha) & \text{Standseite} \\ b_f(\eta, \alpha) & \text{Fallseite} \end{cases} \quad (26 \text{ a})$$

mit

$$b_s(\eta, \alpha) = \frac{k_y(\eta, \alpha) \cos \alpha}{r^2(\eta)} + l \frac{m_z(\eta) \sin \alpha}{r^3(\eta)} \quad (26 \text{ b})$$

und

$$b_f(\eta, \alpha) = \frac{k_y(\eta, \alpha) \cos \alpha}{r^2(\eta)} - l \frac{m_z(\eta) \sin \alpha}{r^3(\eta)}. \quad (26 \text{ c})$$

Eine genauere Untersuchung zeigt, daß beide Funktionen für Stand- und Fallseite oberhalb von etwa 6° Extrema ausprägen, die allerdings nicht auf der gleichen relativen Höhe liegen.

4. Anwendung auf ein Beispiel

Die voranstehenden Ergebnisse sollen nunmehr an einem praktischen Beispiel überprüft werden. Die verwendeten Aufnahmen stammen von einer Schornsteinsprengung, die 1984 in Göttingen durchgeführt wurde. Es handelt sich um einen im Jahre 1900 gebauten Kohlekamin ohne Isoliermantel. Seine wesentlichen Kenndaten sind:

Höhe des Schaftes $H_a = 39 \text{ m}$

Außendurchmesser (unten) $D_a = 2,7 \text{ m}$

Außendurchmesser (oben) $D_1 = 1,4\text{ m}$
 Wandstärke unten $D_a - D_i = 2 \times 0,36\text{ m}$
 Dichte des Mauerwerks = 1900 kg/m^3 .

Neben Zeitlupenaufnahmen sind vom Institut für den Wissenschaftlichen Film (IWF) in Göttingen auch Aufnahmen mit einer Motorkamera gemacht worden. Aus dieser Serie mit einer Bildfolge von 6 Bildern/s stammen die in dieser Arbeit verwendeten Daten für den Fallverlauf und das Bruchverhalten.

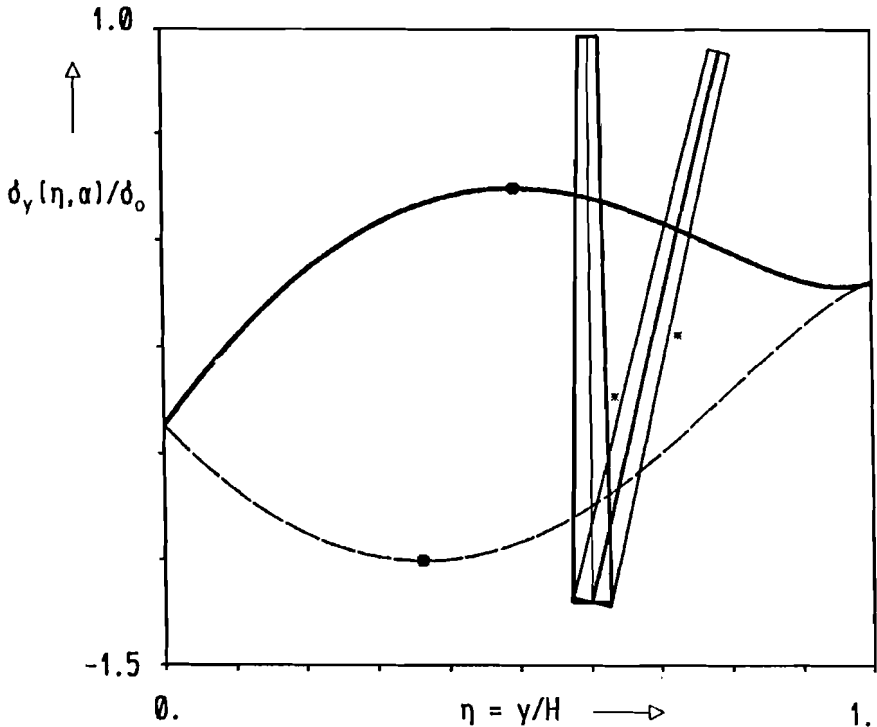


Abb. 4. Spannungsverlauf für $\alpha = 12\frac{1}{2}^\circ$; die obere Kurve ist die Fallseite
 Zeichnung: W. SEND

Abb. 4 zeigt den Verlauf der Wandspannungen auf Stand- und Fallseite mit den Positionen der Extrema bei $12\frac{1}{2}^\circ$. Zur Verdeutlichung sind die Bruchstellen mit einem Stern an dem geneigten Drehkörper noch einmal markiert. Die Bildfolge in Abb. 6 ermöglicht einen Vergleich mit den theoretisch anhand der Schornsteinkenngrößen ermittelten Bruchstellen und den tatsächlich eingetretenen ersten Rissen im Mauerwerk. In Abb. 5 ist die Näherungslösung aus

Gleichung (18) mit dem Fallwinkel in Beziehung gesetzt worden, wie er sich aus der graphischen Auswertung der Bildfolgen ergibt. Wegen der optischen Verzerrungen sind die ermittelten Winkel mit einem Fehler von wenigstens $\frac{1}{2}^\circ$ behaftet. Der Neigungswinkel von etwa $12\frac{1}{2}^\circ$, bei dem der Schornstein bricht,

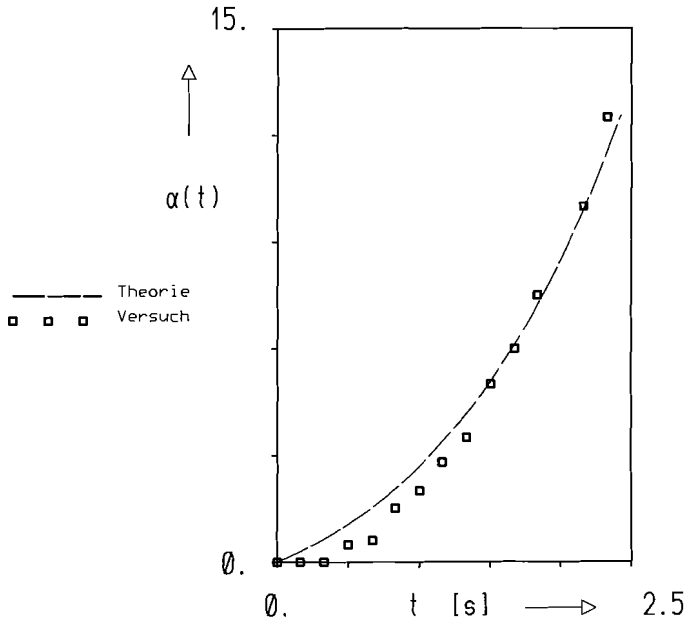


Abb. 5. Fallwinkel $\alpha(t)$

Zeichnung: W. SEND

wird theoretisch und im „Versuch“ in recht guter Übereinstimmung nach etwa 2,3 s erreicht. Die Ergebnisse zeigen ebenfalls eine recht gute Übereinstimmung. Dies berechtigt zu dem Schluß, daß das theoretische Modell die wesentlichen Phänomene richtig beschreibt.

5. Fallbalken als Modell des Bruchverhaltens

Ursache des Bruchs im Drehkörper ist die ungleichmäßige Beschleunigung quer zur Längsachse. Gleichung (2b) zusammen mit (7) liefert für die Verteilung der Querbeschleunigung längs der Achse

$$b_x(y, \alpha) = g \sin \alpha \left(1 - \frac{mSH}{\Theta} \cdot \eta \right) =: g \sin \alpha \cdot f(\eta) . \quad (27)$$

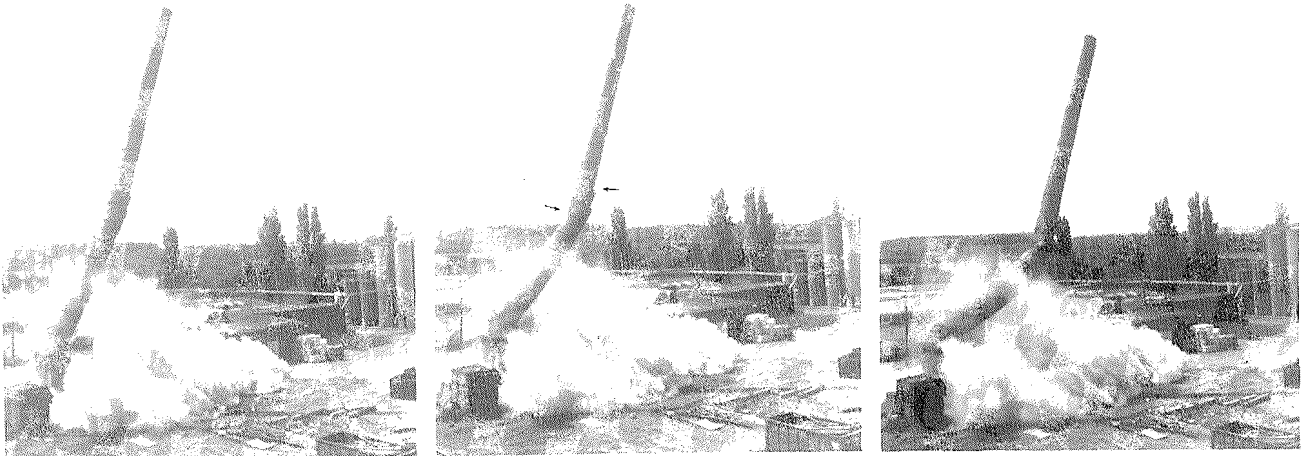


Abb. 6. Drei Phasen des freien Drehfalls

Foto: A. AHREND-LIST (IWF)

Mit m aus Gleichung (5), S aus (8) und Θ aus (9) folgt durch Einsetzen

$$\frac{mSH}{\Theta} = \frac{3}{2} \cdot \frac{s(\varepsilon)}{t(\varepsilon)} \quad (27a)$$

für die Änderung der Querbeschleunigung längs der Achse

$$f(\eta) = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{s(\varepsilon)}{t(\varepsilon)} \cdot \eta \quad (28)$$

Ein homogener Stab ohne Verjüngung zur Spitze hin ($\varepsilon = 0$) ist vom Drehpunkt bis zur Spitze einem Lastwechsel von $+1g$ nach $-0,5g$ ausgesetzt, was bei der geringen Bruchfestigkeit von Mauerwerk sehr bald zum Wegknicken in die entgegengesetzte Fallrichtung führt. Bei einem spitz zulaufenden Drehkörper ($\varepsilon = 1$) ergibt sich $s(1)/t(1) = 2/3$, so daß ein Lastwechsel sogar von $+1g$ nach $-1,5g$ auftritt. Stellt man sich einen solchen Stab schon in die Horizontale ($\alpha = 90^\circ$) gedreht vor und aus einzelnen, unverbundenen Massenscheiben bestehend, dann müßte, um im freien Fall zusammenzubleiben, die Spitze mit $1,5g$ ($\varepsilon = 0$) bzw. $2,5g$ ($\varepsilon = 1$) beschleunigt sein, was ihr bei einer Starrkörperbewegung auch zuteil wird.

Diesen Effekt macht eine Versuchsanordnung deutlich, die in [2] beschrieben worden ist. Das untere Ende eines Drehkörpers, ein sogenannter Fallbalken, ist mit einem Scharnier an einer Bodenplatte befestigt. Das freie Ende wird bei dem Versuch zunächst unter einem Winkel von etwa 45° zur Horizontalen abgestützt. An diesem Ende wird auf einer kleinen, horizontal ausgerichteten Lagerschale ein Golfball aufgelegt. Nach dem raschen Entfernen der Abstützung und dem dadurch eingeleiteten freien Drehfall wird der Golfball mit der Schwerebeschleunigung g , das freie Ende aber mit der höheren Drehbeschleunigung abgelenkt. Beim Auftreffen in der Horizontalen fällt der Golfball in einen vorbereiteten Auffangtrog, der sich *auf* dem Fallbalken in der Horizontalen an genau der Stelle befindet, wo der senkrecht fallende Golfball auftrifft. Da bei einem homogenen Stab unter 45° die Querbeschleunigung nur noch geringfügig größer als $1g$ wäre, wird der Effekt des spitz zulaufenden Fallbalkens durch Einfüllen von Blei in den der Drehachse zugewandten unteren Teil des hohlen Balkens erzielt. Die hierdurch erreichte Tangentialbeschleunigung liegt bei etwa $2,2g$. Durch die zeitgedehnten Aufnahmen wird der Effekt besonders deutlich.

Zur Entstehung des Films

Die Außenaufnahmen zu diesem Film entstanden 1984 durch Mitarbeiter des IWF. Das Hauptbeispiel des Films, die Sprengung eines Schornsteins durch das THW Göttingen, wurde nicht nur zeitgedehnt aufgenommen, sondern auch mit einer Motorkamera in Einzelbildern festgehalten. Ebenfalls wurden die Trickaufnahmen im IWF hergestellt.

Die graphische Darstellung der Rechnung wurde vom Autor aufgenommen. Der graphische Bildschirm eines Großrechners lieferte die Bildfolge, die für jedes Einzelbild mit einem Leuchtfleck außerhalb des im Film sichtbaren Bildausschnittes abgeschlossen wurde. Dieser Fleck steuerte einen Mikroprozessor, der seinerseits einen Schrittschaltmotor auf der Greiferwelle einer 16-mm-Filmkamera antrieb. Als Filmmaterial wurde Ektachrome-Film Nr. 7250 eingesetzt, dessen hohe Empfindlichkeit Belichtungszeiten von ca. 1 s gestattete.

Das Modell des Fallbalkens entstand ebenfalls im IWF.

Erläuterungen zum Film

Wortlaut des gesprochenen Kommentars¹

Eine Schornsteinsprengung! Ein faszinierendes Schauspiel. Hier in Zeitdehnung. Die Bauwerke, die hier zusammenstürzen, haben ihre Schuldigkeit getan. In wenigen Sekunden ist vernichtet, was einmal in monatelanger Arbeit errichtet wurde.

Hier eine andere Sprengung. Deutlich zu erkennen ist das charakteristische Drehverhalten der Schornsteine. Auch dieser alte Kohlekamin zeigt den Drehfall mit Bruch, hier in Echtzeit.

Der Bauzeichnung entnehmen wir die wesentlichen Konstruktionsmerkmale eines Schornsteins. Wir können ihn als dünnwandigen Hohlkörper ansehen. Der lange, konisch zulaufende Schaft hat einen tiefliegenden Schwerpunkt. Der Innenmantel (gelb) und der Außenmantel (rot) sind durch Fugen in zahlreiche Segmente unterteilt. Zur Vorhersage des Bruchverhaltens genügt die Annahme einer vereinfachten Geometrie des Fallkörpers. Damit werden die beobachteten Phänomene bereits recht gut wiedergegeben.

Drei dimensionslose Verhältniszahlen kennzeichnen den Fallkörper. Das Verhältnis der Höhe H zu Durchmesser D_0 am Boden, die Verjüngung, d. h. das Verhältnis des Durchmessers D_i an der Spitze zum Durchmesser D_0 am Boden, und der Durchlaß, hier in Aufsicht. Er gibt das Verhältnis von Öffnungsquerschnitt F_i innen zum Gesamtquerschnitt F_a außen an.

Die sorgfältigen Vorbereitungen einer Sprengung beginnen mit dem Ausstemmen zweier Fallschlitze im unteren Teil des Sockels. Hier werden an der sogenannten Schornsteintrommel in Fallrichtung die gewünschten Bohrungen für den Sprengstoff angebracht. Rechts die Aufsicht auf den Querschnitt durch die Schornsteintrommel in Höhe der Sprenglöcher. Sobald 55% des Trommelumfangs entfernt sind, beginnt der Drehfall des Schornsteins.

¹ Die *Kursiv*-Überschriften entsprechen den Zwischentiteln im Film.

Die eine Seite der Schornsteintrommel wird in Fallrichtung über die gesamte Höhe der Fallschlitzte hinweg herausgesprengt. Damit ist dem Schornstein die Unterstützung seines Schwerpunkts S entzogen.

d ist sein horizontaler Abstand von den hinteren Begrenzungen der Fallschlitzte. Mit der Gewichtskraft G des Schornsteins bildet d ein Drehmoment vom Betrage $d \cdot G$. Dieses leitet den freien Drehfall ein.

Hier der Vorgang in 16facher Zeitdehnung. Nicht immer kippen Schornsteine so gezielt wie in diesem Fall.

Hier neigt sich der Drehkörper mit wachsender Geschwindigkeit zur Seite. Im freien Drehfall wächst die Beschleunigung des Körpers mit dem Abstand vom Drehpunkt und verursacht infolge der Trägheit des Mauerwerks ein Biegemoment.

Dort, wo dieses Biegemoment am größten ist, erfolgt der Bruch. Nach der Abtrennung fällt der obere Teil des Schornsteins im freien Fall zu Boden, der untere Teil dreht sich beschleunigt weiter und trifft deutlich früher am Boden auf als der frei fallende Rest.

Bruchverhalten, Zug, Druck und Biegemoment

Zunächst interessiert uns die Ursache des Bruchvorgangs. Dazu betrachten wir Zug und Druck an einem Körper mit horizontaler Längsachse.

Wird er in Achsenrichtung auf Zug beansprucht, dann ist die Spannung σ_y größer als null. Der Körper wird gedehnt. Wird dagegen in Längsrichtung Druck ausgeübt, dann staucht sich der Körper, und die Spannung ist kleiner als null.

Angreifende Querkräfte rufen ein Biegemoment hervor. Auf der einen Seite entsteht ein Zug, auf der anderen Seite Druck.

Auch am kippenden Schornstein wirken Querkräfte. In Fallrichtung greift die Querkomponente der Schwerkraft an. Auf der dem Fall abgewandten Seite zieht die Trägheitskraft. Daher verformt ein Biegemoment den Schornstein und verursacht den Bruch.

In einer Computerberechnung ist waagrecht die Schornsteinachse vom Boden (bei null) bis zur Spitze (bis eins) aufgetragen. Senkrecht die Biegespannung.

Druck und Zug bilden Extrema in unterschiedlichen Höhen aus, hier durch Punkte auf den Kurven markiert. Auf der Fallseite (obere Kurve) liegt die maximale Zugbelastung mehr zur Schornsteinspitze hin als die maximale Zugbe-

stung auf der anderen Seite (untere Kurve). Das Mauerwerk wird immer stärker belastet, bis bei einer Neigung von etwa 12° der Schornstein bricht.

Zwei Sternchen markieren die Stellen extremer Beanspruchung. Die Lage des Bruchs am Schornstein läßt sich vorherbestimmen, nicht aber der Zeitpunkt. Hier nochmals die entscheidende Bruchphase. Auf der Fallseite liegt die Bruchstelle deutlich höher als auf der dem Fall abgewandten Seite.

Die Lage der Bruchstellen unserer theoretischen Berechnung stimmt überraschend gut überein mit der Lage in diesem Standphoto. Auch auf dem Standbild der anfangs gezeigten Doppelsprengung liegen die Bruchstellen auf der Fallseite deutlich höher als auf der gegenüberliegenden Seite. Oberhalb der untersten Bruchlinie treten noch weitere, höhere auf. Bei offenbar gleicher Bauweise zeigt der linke Schornstein eine höhere Festigkeit als der rechte.

Freier Drehfall

Die Gesetze des freien Falls gelten stets für den Schwerpunkt fallender Körper. Im freien Drehfall fallen daher alle Teile oberhalb des Schwerpunktes rascher, als es der Beschleunigung im freien Fall entspricht.

Dies zeigt die Stroboskopaufnahme. Der Golfball fällt deutlich langsamer als das freie Ende des Fallbalkens, denn im freien Drehfall erfährt das freie Balkenende oberhalb des Schwerpunktes eine größere Beschleunigung als der frei fallende Golfball.

Hier der Versuch. Und jetzt in Zeitdehnung erst der Drehfall des Balkens, und nun der gesprengte Schornstein.

Für das abwärts drehende Unterteil gelten die Gesetze des freien Drehfalls. Das abgetrennte Oberteil des Schornsteins verhält sich wie ein Körper im freien Fall, allerdings mit vorgegebener Anfangsgeschwindigkeit.

Bibliographie

- [1] ABRAMOWITZ, M., und I. A. STEGUN: Handbook of Mathematical Functions. Dover Publ., New York 1965.
- [2] ROTH, O., und U. WENG: Registrierendes Fallgerät mit rückwirkungsfreier Auslösung. Praxis der Nat.-Wiss. Physik 5 (1982), 136–143.

Angaben zum Film

Tonfilm (Komm., deutsch), 16 mm, farbig, 120 m, 11 min (24 B/s). Hergestellt 1984/85, veröffentlicht 1986.

Der Film ist für die Verwendung im Hochschulunterricht bestimmt. Die Aufnahmen entstanden unter der Leitung von Dr. W. SEND, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DLR), Göttingen. Aufgenommen, bearbeitet und veröffentlicht durch das Institut für den Wissenschaftlichen Film, Göttingen, Dr. G. GLATZER; Kamera: K. LECHNER, Trick/Graphik: H.G. GRASKE.

Inhalt des Films

Freier Drehfall und Bruchverhalten seitlich umgelegter Schornsteine. Seitliches Umlegen eines Schornsteins bei Sprengung, Bruchmechanik, Beschleunigungen beim freien Drehfall, Zug- und Druckspannungen, Trägheitskräfte (Trick), Stabilitätsgrenze, Computersimulation der zeitlichen Veränderung der Kräfte, Zeitdehneraufnahmen von Sprengungen. Modellversuch: Fallbalken mit Golfball und Fangbecher, u. a. in Zeitdehnung.

Film Summary

Free rotating fall and fracture behaviour of chimneys brought down laterally. A chimney is brought down laterally by blasting, fracture mechanics: acceleration in free rotation fall, tensile stress and compressive strain, inertial forces (animated cartoon), stability limit, computer simulation of the change in forces with time, slow motion pictures of blasts. Model experiment: falling beam with a golfball and collecting beaker, also partly in slow motion.

Résumé du Film

Chute torsée libre et comportement de rupture de cheminées renversées sur le côté. Renversement sur le côté d'une cheminée à l'occasion d'une explosion. Mécanique de fracture. Accélération lors de la chute torsée libre, contraintes de traction et de compression, forces d'inertie (truquage), limite de stabilité, simulation par ordinateur de la variation des forces dans le temps. Prise de vues d'explosions au ralenti. Essai de maquette: poutre en chute avec balle de golf et récipient collecteur, entre autres au ralenti.

Danksagung

Es ist keineswegs einfach, einen seitlich umgelegten Schornstein gut zu beobachten und den Fallverlauf zu dokumentieren. Mein Dank gilt daher den Mitarbeitern des IWF in Göttingen für ihre hilfreiche Unterstützung bei dieser Aufgabe. Die Sprengung wurde vorbereitet von Helfern der Bundesanstalt Technisches Hilfswerk (THW) in Göttingen, die vom Autor ehrenamtlich geleitet wird.